

## Zadanie T2

Według teorii Wielkiej Unifikacji istnieje pewne, bardzo niewielkie, prawdopodobieństwo rozpadu protonu na mezon  $\pi^0$  i pozyton. W jednym z eksperymentów sprawdzających tę teorię obserwowano 3300 ton wody przy użyciu nadzwyczaj czułej aparatury, będącej w stanie wykryć nawet pojedynczy rozpad protonu. W ciągu roku nie wykryto żadnego przypadku rozpadu. Jakie wynika stąd ograniczenie na czas połowicznego rozpadu protonu? Dokładniej, przy jakiej wartości czasu połowicznego rozpadu w ciągu roku nastąpi z prawdopodobieństwem 95% co najmniej jeden rozpad?

## Rozwiązanie T2

Podana ilość wody to  $3,3 \cdot 10^6 \frac{1}{0,018} \approx 1,8 \cdot 10^8$  moli  $\text{H}_2\text{O}$ , czyli

$$1,8 \cdot 10^8 \cdot 6,2 \cdot 10^{23} \cdot 10 \approx 1,1 \cdot 10^{33} \quad (1)$$

protonów (skorzystaliśmy z tego, że w  $\text{H}_2\text{O}$  jest 10 protonów).

Zgodnie z prawem rozpadu promieniotwórczego, prawdopodobieństwo zdarzenia, że jeden wybrany proton nie rozpadnie się w ciągu czasu  $t_1 = 1$ rok jest równe

$$p_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{T_{1/2}}}, \quad (2)$$

gdzie  $T_{1/2}$  jest czasem połowicznego rozpadu. Ponieważ protony rozpadają się niezależnie od siebie, prawdopodobieństwo zdarzenia, że w czasie  $t_1$  nie rozpadnie się żaden spośród  $N$  protonów wynosi  $(p_1)^N$ . Z drugiej strony, zgodnie z treścią zadania, to prawdopodobieństwo jest równe  $1 - 0,95 = 0,05$ . Zatem

$$(p_1)^N = 0,05, \quad (3)$$

czyli

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{N \frac{t_1}{T_{1/2}}} = 0,05.$$

Otrzymujemy stąd

$$N \frac{t}{T_{1/2}} = \log_{\frac{1}{2}} 0,05.$$

Ostatecznie

$$T_{1/2} = \frac{N}{\log_{\frac{1}{2}} 0,05} t_1. \quad (4)$$

Podstawiając  $N = 1,1 \cdot 10^{33}$ ,  $t_1 = 1$ rok,  $\log_{\frac{1}{2}} 0,05 = \frac{\log 0,05}{\log \frac{1}{2}} \approx 4,3$  otrzymamy, że szukany czas połowicznego rozpadu jest równy

$$T_{1/2} \approx 2,6 \cdot 10^{32} \text{lat}. \quad (5)$$

## Punktacja

Obliczenie ilości protonów w danej próbce (wzór (1)) – 2pkt.

Wzór na prawdopodobieństwo nierozpadnięcia się protonu po roku (wzór (2) lub równoważny) – 1pkt

Powiązanie prawdopodobieństwa nierozpadnięcia się jednego protonu z prawdopodobieństwem niewystąpienia rozpadu protonu w próbce (wzór (3) lub równoważny) – 3pkt.

Wyznaczenie  $T_{1/2}$  (wzór (5)) – 4pkt.