



LIV OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW II STOPNIA

CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Nazwa zadania	Wyznaczanie gęstości liniowej drutu korzystając z generatora drgań
Rok	2004/2005
Źródło	Komitet Główny Olimpiady Fizycznej; Andrzej Wysmołek, sekretarz naukowy ds. zad. dośw. KGOF, IFD UW; J. Jasiak, A. Wysmołek: Fizyka w Szkole nr 3, 2005;

Zadanie D - LIV OF, II stopień.

Masz do dyspozycji:

- cienki drut z niemagnetycznego metalu,
- silny magnes stały,
- ciężarek o masie $m = (100,0 \pm 0,5)$ g,
- statyw, pręty stalowe, uchwyty,
- linijkę,
- generator napięcia sinusoidalnego o regulowanej częstotliwości,
- przewody elektryczne z zaciskami,
- papier milimetrowy.

Wyznacz gęstość liniową (masę na jednostkę długości) drutu. Przyspieszenie ziemskie wynosi $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

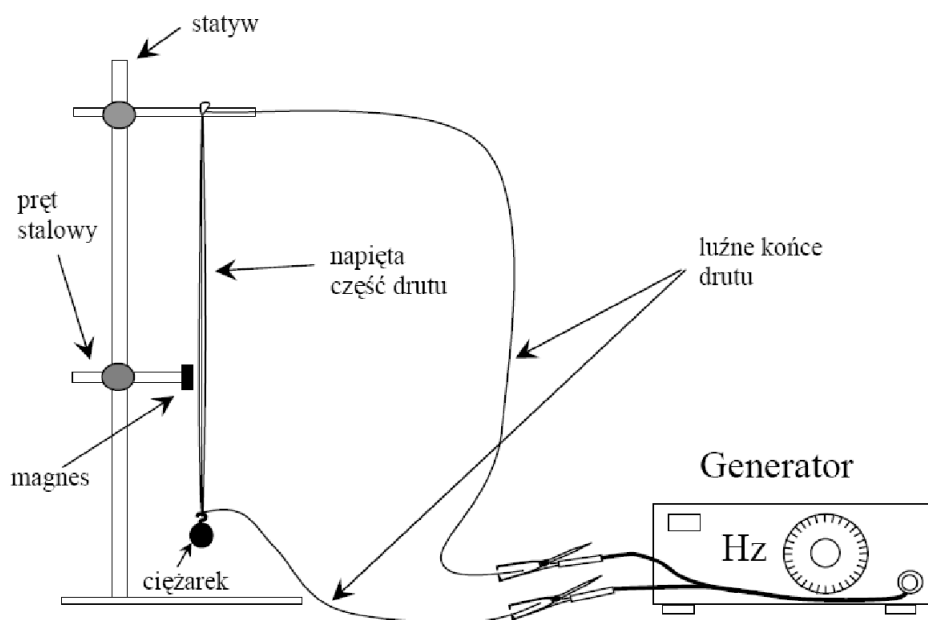
Wskazówka: Prędkość V fal poprzecznych w strunie o gęstości liniowej μ napiętej siłą F wyraża się wzorem: $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$.

Rozwiązanie zadania D - LIV OF, II stopień.

Część teoretyczna

Zadanie można rozwiązać, badając częstotliwość drgań własnych drutu obciążonego ciężarkiem (rys.1).

Ciężarek należy zawiesić na statywie, wykorzystując tylko część drutu. Luźne końce drutu należy połączyć z zaciskami generatora za pomocą „krokodylków”. Należy zadbać, aby nie wprowadziło to dodatkowego napięcia drutu. Na odcinek drutu o długości ΔL znajdujący się w pobliżu magnesu działa siła elektrodynamiczna proporcjonalna do chwilowej wartości natężenia prądu i płynącego przez drut oraz indukcji pola magnetycznego B wytwarzanego przez magnes ($F = Bi\Delta L$). Kierunek siły jest prostopadły zarówno do kierunku prądu, jak i wektora indukcji B . Ponieważ przez drut płynie prąd zmienny to zwrot siły zmienia się z częstotliwością zadaną przez generator. Częstotliwość prądu wytwarzanego przez generator można dobrać tak, aby zrównała się z częstotliwością drgań własnych drutu. W rezonansie nawet niewielkie zaburzenie periodyczne może doprowadzić do tak dużego wzrostu amplitudy drgań, że będzie można je zaobserwować bez żadnych dodatkowych przyrządów. Wtedy możliwe będzie odczytanie częstotliwości rezonansowej wprost ze skali generatora.



Rysunek 1: Schemat układu pomiarowego.

Jeśli potraktować drut jak strunę zamocowaną z dwóch końców, to długość fali odpowiadająca jego kolejnym drganiom własnym wyniesie:

$$\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n}, \quad (1)$$

gdzie n – liczba naturalna.

Z drugiej strony długość fali λ można wyrazić przez prędkość V oraz częstotliwość f_n fali rozchodzącej się w strunie:

$$\lambda_n = \frac{V}{f_n}. \quad (2)$$

Po podstawieniu związku (2) do (1) i skorzystaniu ze związku $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ podanego we wskazówce do zadania, otrzymujemy wyrażenie na częstotliwość kolejnych drgań własnych układu:

$$f_n = \frac{1}{2L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}} \cdot n, \quad (3)$$

co można przedstawić w postaci:

$$f_n = f_1 \cdot n, \quad (4)$$

gdzie $f_1 = \frac{1}{2L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ – częstotliwość drgania podstawowego.

Przed zastosowaniem tego wzoru w dalszych rozważaniach, należy się zastanowić czy rzeczywiście można potraktować drut obciążony ciężarkiem jak strunę zamocowaną z dwóch końców. Można do tego zagadnienia podejść na różne sposoby:

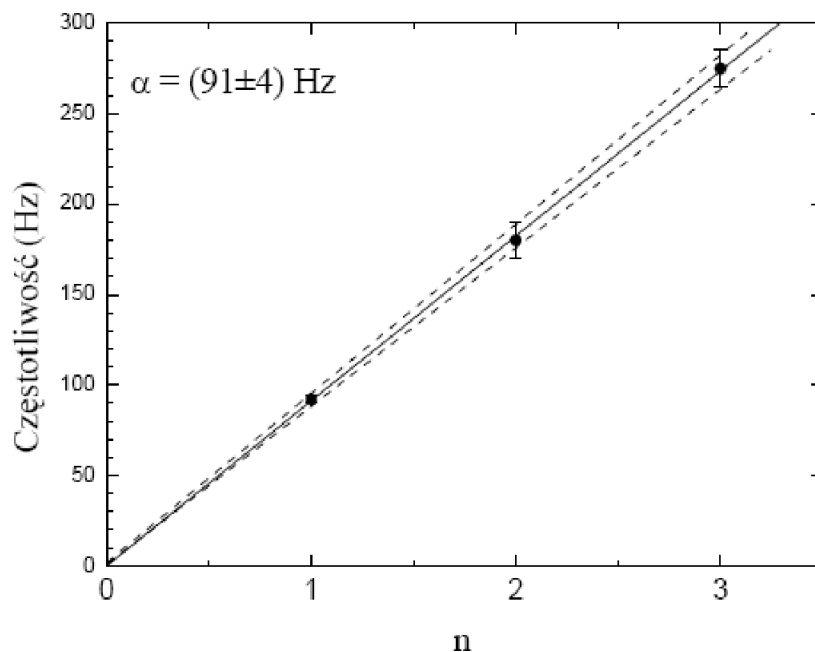
1. Można sprawdzić doświadczalnie, że kolejne częstotliwości rezonansowe drutu są wielokrotnościami częstotliwości podstawowej i w ten sposób wykazać zasadność stosowania wzoru (3).
2. Można argumentować, że drut jest bardzo cienki i dlatego można pominąć wpływ jego sztywności na częstotliwość drgań układu. Ponieważ ma on znikomą masę w porównaniu z masą ciężarka, to jego zamocowanie od strony ciężarka można uznać za sztywne. Dodatkowo niewielka masa drutu powoduje, że siłę naciągu drutu można uznać za stałą na całej długości jego napiętej części. Naciąg określony jest wtedy jedynie przez ciężar obciążnika. Przy spełnieniu powyższych warunków równanie (3) jest również spełnione, więc szukaną gęstość liniową struny wyrazić można wzorem:

$$\mu = \frac{1}{4 \cdot L^2} \cdot \frac{F}{f_1^2}. \quad (5)$$

Część doświadczalna

Obciążamy ciężarkiem drut i zawieszamy go na statywie, tak by zwisał tuż przy magnesie. Magnes powinien być umieszczony na takiej wysokości, na której spodziewamy się strzałki drgań drutu. Dla drgań podstawowych ($\lambda = 2L$), będzie to w połowie drutu, dla drugiej częstotliwości własnej ($\lambda = L$) w odległości $1/4$ drutu, a dla trzeciej ($\lambda = 2/3L$) odpowiednio w $1/6$ lub $1/2$ odległości od jednego z końców. Po podłączeniu drutu do generatora ustawiamy najniższą możliwą częstotliwość prądu i powoli ją zwiększamy, aż do uzyskania rezonansu. W przypadku, gdy amplituda drgań jest zbyt duża i drut uderza o magnes, należy zwiększyć jego odległość od magnesu. Ze skali generatora odczytujemy wartości częstotliwości, dla których amplituda drgań drutu silnie wzrasta.

W doświadczeniu wykonanym przez recenzenta użyto generatora G432 o oporności wyjściowej 50Ω . Bez obciążenia amplituda napięcia na wyjściu tego generatora wynosiła 5 V . Dla drutu miedzianego o średnicy $0,15 \text{ mm}$ i długości części drgającej $L = (43,2 \pm 0,2) \text{ cm}$ (zmierzonej linijką), przy naciągu $F = mg = (0,98 \pm 0,005) \text{ N}$ wyznaczono częstotliwość drgania podstawowego drutu $f_1 = (92 \pm 2) \text{ Hz}$. Kolejne częstotliwości rezonansowe wynosiły odpowiednio $180 \pm 10 \text{ Hz}$, $275 \pm 10 \text{ Hz}$. Wyniki te możemy nanieść na wykres i dopasować prostą (rys. 2).



Rysunek 2: Wykres częstotliwości drgania w zależności od wielokrotności drgań podstawowych.

Z wykresu wynika, że w granicach niepewności odczytu, zmierzone częstotliwości są równe kolejnym wielokrotnościom częstotliwości drgań podstawowych f_1 . Biorąc pod uwagę współczynnik nachylenia prostej $\alpha = (91 \pm 4) \text{ Hz}$, uzyskany z dopasowania do danych eksperymentalnych i korzystając ze wzoru (4), otrzymamy $\mu = (1,60 \pm 0,14) \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$. Ponieważ niepewność względna wyznaczenia częstotliwości podstawowej drgań $\frac{\Delta f_1}{f_1} \approx 0,02$ jest znacznie większa od niepewności względnej długości drutu i masy ciężarka $\frac{\Delta L}{L} \approx \frac{\Delta m}{m} = 0,005$, to bez uszczerbku dla dokładności wyniku końcowego, gęstość liniową drutu można wyznaczyć bez pomiaru wyższych częstotliwości rezonansowych. Po podstawieniu danych do wzoru (5) uzyskujemy wtedy wartość $\mu = (1,55 \pm 0,07) \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$. Dla drutu o średnicy 0,15 mm daje to gęstość objętościową $(8,8 \pm 0,4) \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, która zgadza się z wartością gęstości podawanej dla miedzi $8,9510^3 \text{ kg/m}^3$.

Punktacja

Analiza sił działających w układzie	2 pkt
Omówienie roli efektów rezonansowych	1 pkt
Wyprowadzenie wzorów	3 pkt
Uzasadnienie możliwości stosowania wzorów dla struny zamocowanej sztywno z dwóch końców lub sprawdzenie eksperymentalne związku (4)	2 pkt.
Sposób zawieszenia ciężarka	1 pkt
Pozostawienie luźnych końców drutu	1 pkt
Zamocowanie drutu i magnesu na statywie	1 pkt
Dobranie właściwego położenia magnesu względem drutu	2 pkt
Pomiar częstotliwości rezonansowej	3 pkt
Pomiar długości drutu	1 pkt
Uzyskanie poprawnej wartości liczbowej	1 pkt
Oszacowanie niepewności pomiarowej z wykresu lub innymi metodami	1 pkt