ZADANIA TEORETYCZNE

Zadanie 1

Jedna z okładek kondensatora płaskiego jest oświetlana (poprzez mały otwór w drugiej okładce) światłem lasera o długości fali $\lambda = 405\,\mathrm{nm}$. Odległość między okładkami kondensatora jest równa $d = 1\,\mathrm{cm}$, a rozmiary liniowe okładek są znacznie większe niż d. Między okładkami jest próżnia.

a) Zakładając, że liczba wybijanych elektronów na jednostkę kąta bryłowego jest niezależna od kierunku, wyznacz zależność natężenia prądu płynącego między okładkami od napięcia między nimi. Praca wyjścia elektronu z materiału okładki jest równa $W = 1,87\,\mathrm{eV}$. Przyjmij, że wszystkie wybite elektrony mają najwiekszą możliwą w rozpatrywanym procesie energię.

b) Podaj jakościowo, jak zmieni się otrzymana zależność jeśli uwzględnimy, że : (i) wylatujące elektrony mają różne energie; (ii) poprzeczne rozmiary kondensatora są skończone.

Wskazówka: pole ograniczonego płaszczyzną wycinka sfery o promieniu r jest równe $2\pi rz$, gdzie z jest odległością między tą płaszczyzną, a najbardziej odległym od niej punktem na rozpatrywanym wycinku.

Rozwiązanie zadania 1

a) Fotony wybijają z okładki elektrony, których energia jest równa

$$E_e = \frac{hc}{\lambda} - W. \tag{1}$$

Ponieważ pole elektryczne wewnątrz kondensatora jest prostopadłe do okładek, ruchy elektronu wzdłuż okładek i prostopadle do nich są od siebie niezależne. Jeśli elektron wylatuje pod kątem θ w stosunku do normalnej do powierzchni, to część jego energii kinetycznej związana z ruchem prostopadłym do okładek jest równa $E_e \cos^2\theta$. Z zasady zachowania energii wynika, że elektron doleci do drugiej okładki pod warunkiem, że

$$E_e \cos^2\theta \geqslant q_e U, \tag{2}$$

gdzie U jest różnicą potencjałów elektrycznych między drugą, a pierwszą okładką, a q_e jest ładunkiem elektronu. Ponieważ $q_e < 0$, dla $U \geqslant 0$ do drugiej okładki dolecą wszystkie elektrony, które wyleciały z pierwszej. Wprowadzając dla $-|q_e|E_e < U < 0$ kąt graniczny θ_U zdefiniowany jako

$$\cos\theta_U = \sqrt{\frac{Uq_e}{E_e}} = \sqrt{-\frac{U|q_e|}{E_e}},$$

otrzymujemy warunek na to, żeby dany elektron doleciał do drugiej okładki

$$\cos\theta > \cos\theta_U, \tag{3}$$

lub równoważnie do $\theta < \theta_U$.

Oznaczmy przez $f(\cos\theta_U)$ ułamek ogólnej liczby elektronów wylatujących pod kątem mniejszym niż θ_U. Zgodnie z powyższym, prąd płynący między okładkami jest równy

$$I = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad -\frac{U|q_e|}{E_e} > 1, \\ I_0 \cdot f\left(\sqrt{-\frac{U|q_e|}{E_e}}\right) & \text{dla} \quad 0 < -\frac{U|q_e|}{E_e} < 1, \\ I_0 & \text{dla} \quad U > 0, \end{cases}$$

gdzie I_0 odpowiada ilości wszystkich elektronów wybijanych w ciągu sekundy.

W naszym przypadku $f(\cos\theta_U)$ jest stosunkiem wycinka powierzchni sfery do pola półsfery, a zatem

$$f(\cos\theta_U) = 1 - \cos\theta_U. \tag{4}$$

Zatem ostatecznie

$$I = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad U < -\frac{\frac{hc}{\lambda} - W}{|q_e|} \\ I_0 \cdot \left(1 - \sqrt{-\frac{U|q_e|}{\frac{hc}{\lambda} - W}}\right) & \text{dla} \quad -\frac{\frac{hc}{\lambda} - W}{|q_e|} < U < 0 \\ I_0 & \text{dla} \quad U > 0. \end{cases} \tag{5}$$

Wartości liczbowa napięcia, przy którym I staje się równe zero, czyli $-\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right)/|q_e|$ jest w naszym przypadku równa

$$U_{\text{graniczne}} = -\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right)/|q_e| = -1,19\text{V}. \tag{6}$$

b) (i) Występowanie różnych energii wybijanych elektronów powoduje, że ostateczny wzór jest uśrednieniem powyższego wzoru ze względu na różne energie E_e. Spowoduje to szybszy spadek natężenia prądu przy malejących U, ale nie zmieni ani wartości napięcia, przy którym prąd staje się równy 0, ani faktu, że dla $U \geqslant 0$ natężenie prądu jest stałe.
b) Gdy rozmiary okładek są skończone, w przypadku $U = 0$ nie wszystkie wybite elektrony dolatują (trafiają) w przeciwległą okładkę. Dalsze zwiększanie napięcia powoduje wzrost natężenia płynącego prądu. Dla $U \to \infty$ dostajemy $I = I_0$, gdzie I_0 jest wielkością z pkt. a).