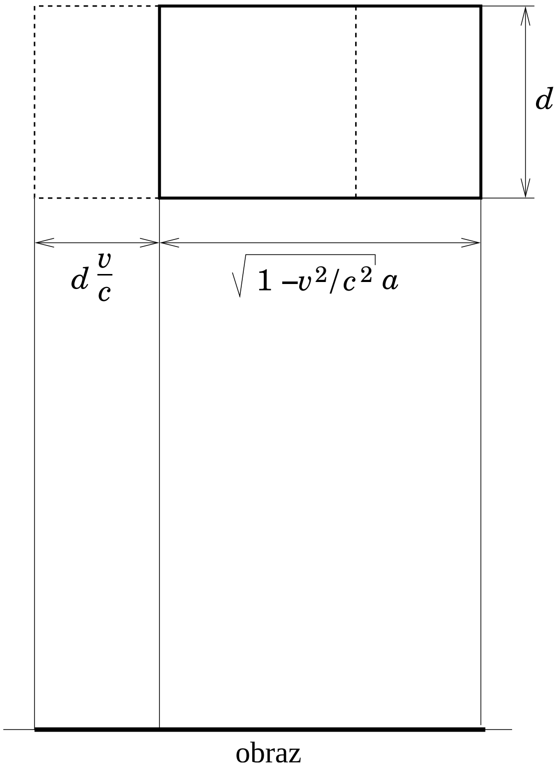
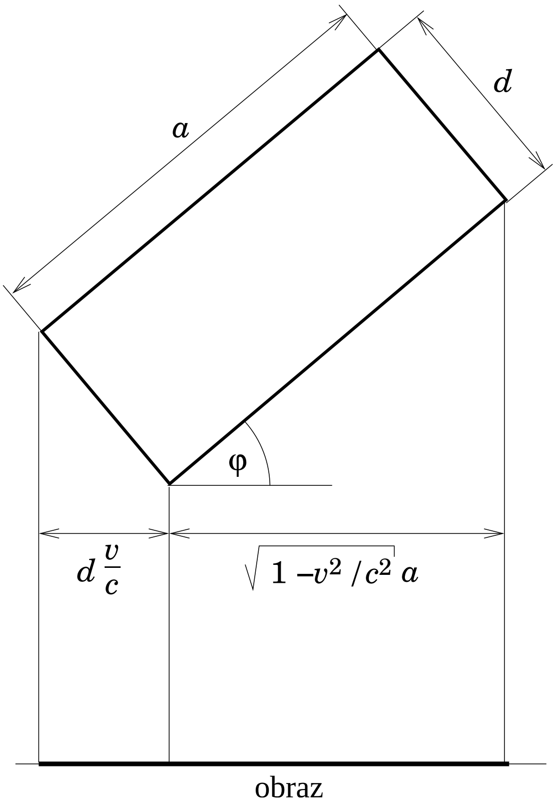
Zadanie 2
Prostopadłościan o wymiarach $a \times b \times d$ porusza się równolegle do krawędzi długości a z dużą (relatywistyczną) prędkością v. Prostopadłościanowi zrobiono zdjęcie przy pomocy nieruchomego aparatu fotograficznego. Oś optyczna aparatu była prostopadła do kierunku ruchu prostopadłościanu i prostopadła do krawędzi o długości b.
Wykaż, że widoczny na zdjęciu obraz poruszającego się prostopadłościanu jest taki sam, jaki byłby obraz tego samego, ale spoczywającego prostopadłościanu, obróconego wokół osi równoległej do krawędzi b o pewien kąt ϕ. Wyznacz zależność tego kąta od prędkości v.
Uwagi:
1. Migawka aparatu znajdowała się tuż przed obiektywem (soczewką), a jej czas otwarcia był na tyle krótki, że można przyjąć, że całe światło, które utworzyło obraz, przeleciało przez nią w tej samej chwili.
2. Prostopadłościan znajdował się na tyle daleko od obiektywu, że promienie światła, które utworzyły obraz, były w bardzo dobrym przybliżeniu równoległe do siebie i do osi optycznej aparatu.
3. Pomijamy ewentualne zmiany kolorów i jasności.
Wskazówka: rozważ tylko promienie wylatujące z wierzchołków prostopadłościanu.
Rozwiązanie zadania 2
Prostopadłościan o bokach a, b, d poruszający się z prędkością v wzdłuż krawędzi a ulega skróceniu lorentzowskiemu i w układzie aparatu fotograficznego jest prostopadłościanem o wymiarach $\sqrt{1 - v^2/c^2}a, b, d$ poruszającym się z prędkością v. Uwzględniając przybliżenie podane w treści zadania (równoległość promieni światła które utworzyły zdjęcie), czasy przelotu światła do aparatu z różnych punktów ściany prostopadłej do osi optycznej aparatu są identyczne. Zatem na zdjęciu ta ściana będzie widoczna tak, jak spoczywający prostokąt o bokach $\sqrt{1 - v^2/c^2}a$ i b. Czas przelotu światła od punktów znajdujących się na bocznych ściankach będzie większy. Zatem na zdjęciu zostanie zarejestrowane światło wysłane z tych punktów odpowiednio wcześniej. W szczególności punkty na tylnej, pionowej (zgodnie z orientacją jak na rysunku) krawędzi ma do przebycia drogę o d większą, a zatem musiało być wysłane o d/c wcześniej niż światło z przedniej ścianki. W ciągu czasu d/c ta krawędź przebywa drogę $(d/c)v$. Ponieważ zdjęcie uwzględnia położenie punktów w chwili wysłania światła, oznacza to, że rozważana ściana będzie widoczna na zdjęciu jak prostokąt o szerokości$(d/c)v$. (Uwaga: w tych rozważaniach w istotny sposób korzystaliśmy z przybliżenia, w którym promienie światła tworzące zdjęcie, są równoległe do osi optycznej aparatu.) To co widzimy na zdjęciu jest zatem identyczne (co do kształtu) ze zdjęciem spoczywającego prostopadłościanu obróconego o kąt

$$\phi = \arcsin \frac{v}{c},$$

bo $d \sin\left(\arcsin \frac{v}{c}\right) = d\frac{v}{c}$, $a \cos\left(\arcsin \frac{v}{c}\right) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}a$, a "widoczna" długość krawędzi b nie ulega zmianie.



Poruszający się prostopadłościan w chwilach $t = -d/c$ oraz $t = 0$ i jego obraz.



Spoczywający, obrócony prostopadłościan i jego obraz.