

Zadanie 2

Na prostym, poziomym odcinku drogi przeprowadzono testy samochodu. Ustalono, że minimalna droga hamowania tego samochodu od $v_{100} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ do $0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ wynosi $l = 40\text{m}$.

Obliczyć minimalny czas osiągnięcia przez spoczywający początkowo samochód prędkości v_{100} , przy założeniu, że samochód może w każdej chwili w pełni wykorzystywać moc swojego silnika. Zakładamy, że warunki są dokładnie takie same jak w powyższym teście.

Samochód ma (wraz z kierowcą) masę $m = 1000\text{kg}$, moc silnika $P = 50\text{kW}$, oraz napęd i hamulce na wszystkie koła. Pomijamy opór powietrza, opory toczenia i wszystkie opory układu przeniesienia napędu. Nawierzchnia drogi była taka sama w każdym punkcie rozpatrywanego odcinka testowego. Samochód ma system optymalnie dobierający siłę hamowania każdego koła oraz układ optymalnie rozkładający moc silnika na każdą z osi.

Rozwiązanie zadania 2

Minimalna droga hamowania samochodu jest określona przez współczynnik tarcia między kołami a jezdnią. W trakcie testu hamowania ten współczynnik nie zmienia się, stała jest również siła nacisku samochodu na podłoże, zatem siła tarcia R w trakcie tego testu jest również stała. Siła ta wykonuje na drodze l pracę $-Rl$. Ta praca jest równa zmianie energii kinetycznej samochodu w trakcie hamowania, zatem

$$Rl = \frac{mv_{100}^2}{2},$$

Stąd

$$R = \frac{mv_{100}^2}{2l}. \quad (9)$$

Jest to jednocześnie maksymalna pozioma siła, z jaką jezdnia może działać na samochód.

Ze związku między mocą a siłą $P = vF$ wynika, że gdyby nie było możliwości poślizgu, przy wykorzystaniu maksymalnej mocy silnika na samochód działałaby siła $\frac{P}{v}$. Ponieważ jednak współczynnik tarcia jest skończony, maksymalna siła jaka może działać na samochód w trakcie przyspieszania jest równa

$$F = \begin{cases} R & \text{gdy } P/v \geq R, \text{ czyli } v \leq P/R, \\ P/v & \text{gdy } P/v < R, \text{ czyli } v > P/R. \end{cases} \quad (10)$$

Zatem proces rozpędzania składa się z dwóch etapów: pierwszego, w którym nie jest wykorzystywana maksymalna moc silnika a przyspieszenie jest określone przez współczynnik tarcia, oraz drugiego, w którym przyspieszenie jest określone przez moc silnika.

W pierwszym etapie przyspieszenie jest stałe i równe $a_I = \frac{R}{m}$. Czas osiągnięcia prędkości granicznej

$$v_g = \frac{P}{R} \quad (11)$$

wynosi

$$t_I = \frac{a_I}{v_g} = \frac{Pm}{R^2}. \quad (12)$$

W drugim etapie samochód przyspiesza od prędkości v_g do prędkości v_{100} . Czas t_{II} tego ruchu można określić porównując pracę wykonaną przez silnik ze zmianą energii kinetycznej samochodu

$$Pt_{II} = \frac{mv_{100}^2}{2} - \frac{mv_g^2}{2}. \quad (13)$$

Zatem ostatecznie minimalny czas osiągnięcia przez początkowo spoczywający samochód prędkości v_{100} wynosi

$$t = t_I + t_{II} = \frac{Pm}{R^2} + \frac{m(v_{100}^2 - P^2/R^2)}{2P} \quad (14)$$

jeśli $v_{100} > v_g$, oraz

$$t = \frac{mv_{100}}{R}, \quad (15)$$

gdy $v_g \geq v_{100}$, przy czym $R = mv_{100}^2/2l$.

W naszym przypadku $R \approx 9,64 \cdot 10^3 \text{ N}$, $v_g = P/R \approx 5,18 \text{ m/s}$, czyli $v_g < v_{100} \approx 27,8 \text{ m/s}$.
Zatem szukany czas rozpędzania

$$t \approx 0,53 \text{ s} + 7,46 \text{ s} \approx 8,0 \text{ s}. \quad (16)$$