

LVI OLIMPIADA FIZYCZNA – ZAWODY II STOPNIA

Zadanie 1

Pewien fotograf posiada aparat fotograficzny z obiektywem o ogniskowej f zmiennej w zakresie od f_{\min} do f_{\max} . Średnica otworu przysłony obiektywu jest równa d .

Fotograf pragnie wykonać portret koleżanki w taki sposób, by jej twarz była "ostra" na zdjęciu i zajmowała połowę jego wysokości, a znajdujący się w odległości l za nią budynek był jak najbardziej rozmyty. Przy jakiej wartości ogniskowej fotograf powinien wykonać to zdjęcie? Rozważ następujące przypadki:

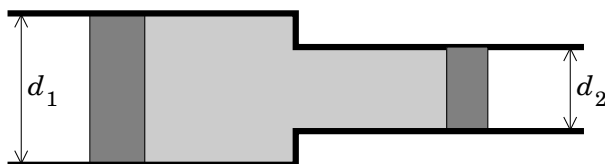
- średnica otworu przysłony d nie zależy od f ;
- d zmienia się wraz ze zmianą f tak, że d/f jest stałe.

Uwaga: Rozmycie obrazu punktu B przy ostrości ustawionej na punkt A jest określone przez wielkość (średnicę) plamki, jaką na matrycy (lub kliszy) aparatu utworzy światło wychodzące z punktu B .

Przyjmij, że dla danego f obiektyw jest cienką, idealną (brak aberracji i dyfrakcji) soczewką o średnicy d oraz że odległość koleżanki od obiektywu jest znacznie większa od ogniskowej.

Zadanie 2

Rura o masie M składa się z odcinków o średnicach d_1 i d_2 , w których mogą poruszać się bez tarcia dwa tłoki (patrz rys.). Prawy tłok ma masę m_2 . Rura może swobodnie poruszać się w poziomie.

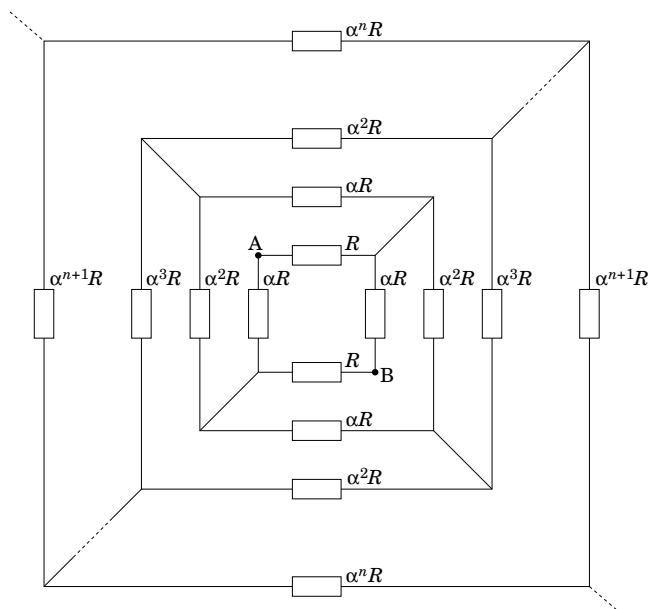


W chwili początkowej ciśnienie powietrza pomiędzy tłokami było równe ciśnieniu zewnętrznemu, rura i prawy tłok były nieruchome, a lewy tłok miał prędkość v_{1p} w prawo. Powietrze z obszaru pomiędzy tłokami nie wydostaje się na zewnątrz, a jego masa jest zaniedbywalna w porównaniu z masami tłoków i rury. Przemiana tego powietrza jest odwracalna i adiabatyczna. Przyjmij, że siła z jaką powietrze działa na element powierzchni tłoka lub rury nie zależy od prędkości tego elementu.

Stwierdzono, że lewy tłok zatrzymał się w chwili, gdy ciśnienie powietrza pomiędzy tłokami powróciło do wartości początkowej. Wyznacz masę m_1 lewego tłoka. Podaj wartość liczbową m_1 dla $m_2 = 1\text{kg}$, $M = 3\text{kg}$, $d_1 = 0,2\text{m}$, $d_2 = 0,1\text{m}$. Zakładamy, że wszystkie parametry są tak dobrane, że do momentu zatrzymania lewy tłok nie uderzy w zwężenie, a prawy nie wypadnie z rury.

Zadanie 3

Znajdź opór zastępczy między punktami A i B nieskończonej sieci oporów przedstawionej na rysunku ($\alpha > 0$). Dla jakiej wartości α ten opór zastępczy jest równy R ?



Rozwiązanie zadania 2

Tłoki i rura poruszają się zgodnie z równaniami ruchu

$$m_1 \frac{dv_1}{dt} = -pS_1, \quad m_2 \frac{dv_2}{dt} = pS_2, \quad M \frac{dv_3}{dt} = pS_3, \quad (1)$$

gdzie $S_1 = \pi d_1^2/4$, $S_2 = \pi d_2^2/4$, $S_3 = S_1 - S_2$; v_1 , v_2 i v_3 są odpowiednio prędkościami lewego tłoka, prawego tłoka i rury, a p jest różnicą między ciśnieniem wewnątrz rury a ciśnieniem zewnętrznym. Eliminując z tych równań p dostajemy dwie zasady zachowania

$$\frac{m_1}{S_1} v_1 + \frac{m_2}{S_2} v_2 = \text{const} = \frac{m_1}{S_1} v_{1p}, \quad (2)$$

$$\frac{m_1}{S_1} v_1 + \frac{M}{S_3} v_3 = \text{const} = \frac{m_1}{S_1} v_{1p}. \quad (3)$$

(Inna kombinacja liniowa jest zasadą zachowania pędu $m_1 v_1 + m_2 v_2 + M v_3 = \text{const}$). Dla przemiany odwracalnej obowiązuje ponadto zasada zachowania energii, czyli w chwili powrotu ciśnienia gazu do ciśnienia początkowego

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} M v_3^2 = \text{const} = \frac{1}{2} m_1 v_{1p}^2. \quad (4)$$

Uwzględniając nasze zasady zachowania oraz, że w chwili końcowej $v_1 = 0$, otrzymamy

$$\frac{1}{2} m_2 \left(\frac{S_2}{m_2} \frac{m_1}{S_1} \right)^2 v_{1p}^2 + \frac{1}{2} M \left(\frac{S_3}{M} \frac{m_1}{S_1} \right)^2 v_{1p}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1p}^2,$$

czyli

$$\frac{S_2^2}{m_2} + \frac{S_3^2}{M} = \frac{S_1^2}{m_1}. \quad (5)$$

Wyrażając S_1 , S_2 i S_3 przez d_1 i d_2 otrzymamy stąd

$$m_1 = \frac{d_1^4}{(d_2^4/m_2) + (d_1^2 - d_2^2)^2/M}. \quad (6)$$

Dla podanych wartości liczbowych otrzymamy

$$m_1 = 4\text{kg}. \quad (7)$$

Zauważmy w tym szczególnym przypadku $S_2/m_2 = S_3/m_3$, co oznacza, że przyspieszenia rury i drugiego tłoka są takie same (patrz wzory (1)). Zatem rozważana sytuacja jest równoważna elastycznemu zderzeniu ciała o masie m_1 z ciałem o masie $M + m_2$. W takim przypadku ciało uderzające zatrzyma się po zderzeniu jeśli $m_1 = M + m_2$, co jest zgodne w wynikiem (7).