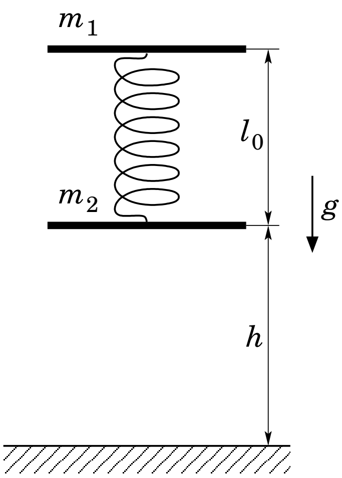
(Za każde zadanie można otrzymać 20pkt.)

Zadanie 1

Dwie cienkie, sztywne płyty o masach m_1 i m_2 są połączone nieważką sprężyną o stałej sprężystości k i długości swobodnej l_0. W chwili początkowej (patrz rysunek) płyty spoczywają poziomo, jedna nad drugą, ponad poziomą podłogą (dolna płyta na wysokości h), a sprężyna jest nienapięta. Następnie płyty spadają swobodnie na podłogę. Zderzenie dolnej płyty z podłogą jest całkowicie niespężyste, ale nie przykleja się ona do podłogi.



1. Jaka jest minimalna wysokość h_0, taka, że dla $h > h_0$ dolna płyta podskoczy nad podłogę?
2. Dla danego $h > h_0$ wyznacz, na jaką maksymalną wysokość uniesie się po zderzeniu środek masy układu tych dwóch płyt.
3. Jaka powinna być wysokość h, aby odległość oraz prędkość względna płyt w chwili, gdy po odbiciu środek masy obu płyt będzie znajdował się na maksymalnej wysokości (patrz pkt. 2.) oraz w chwili oderwania się dolnej płyty od podłogi, były takie same? Podaj wartość najmniejszej wysokości h spełniającej ten warunek w przypadku $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 1\,\mathrm{kg}$, $k = 100\,\mathrm{N/m}$, $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$, $l_0 = 1\,\mathrm{m}$.

Sprężyna jest umocowana centralnie – w wyniku zderzenia płyty nie przesuwają się w poziomie, ani się nie obracają. Parametry są takie, że płyty nie zderzają się ze sobą. Po oderwaniu się od podłogi, dolna płyta nie zderza się z nią przed osiągnięciem przez środek masy płyt maksymalnej wysokości.

Zadanie 2

W chwili początkowej w cylindrze zamkniętym ruchomym tłokiem znajduje się nasycona para wodna o objętości $V_0 = 100\,\mathrm{dm^3}$ i temperaturze $t_0 = 100\,^\circ\mathrm{C}$. Rozważ następujące przypadki bardzo wolnej przemiany, której poddawana jest ta para:

1. Sprężanie izotermiczne od objętości V_0 i temperatury t_0, aż do osiągnięcia przez parę objętości $V_1 = 50\,\mathrm{dm^3}$
2. Rozprężanie izotermiczne od objętości V_0 i temperatury t_0, aż do osiągnięcia przez parę objętości $V_2 = 200\,\mathrm{dm^3}$
3. Sprężanie adiabatyczne od objętości V_0 i temperatury t_0, aż do osiągnięcia przez parę temperatury $t_3 = 105^\circ\mathrm{C}$
4. Rozprężanie adiabatyczne od objętości V_0 i temperatury t_0, aż do osiągnięcia przez parę temperatury $t_4 = 95^\circ\mathrm{C}$

Dla każdego z czterech przypadków opisz jakościowo zachowanie się pary podczas przemiany i podaj końcowe ciśnienie pary ($p_1 =?, p_2 =?, p_3 =?, p_4 =?$). Poza parą w cylindrze nie znajdują się żadne inne gazy. Molowe ciepło właściwe przy stałej objętości pary wodnej wynosi $C_V = 3R$, gdzie $R = 8{,}31\,\mathrm{J/(mol\cdot K)}$ jest uniwersalną stałą gazową. Tabela 1 przedstawia zależność ciśnienia nasyconej pary wodnej od temperatury.

Przyjmij, że jeśli para nie ulega skropleniu, to stosuje się ściśle do równania stanu gazu doskonałego.

Wskazówka

W trakcie przemiany adiabatycznej gazu doskonałego spełnione jest równanie

$$pV^\kappa = \mathrm{const},$$

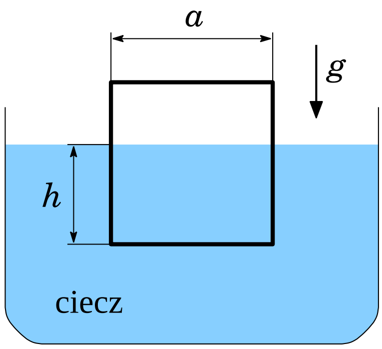
gdzie $\kappa = (C_V + R)/C_V$.

Tabela 1

t[°C]	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
p[hPa]	845	877	909	943	978	1013	1050	1088	1127	1167	1208

Zadanie 3

Długi solenoid o przekroju kwadratowym o boku a jest zanurzony na głębokość h w magnetycznej, nieprzewodzącej cieczy (patrz rysunek) o względnej przenikalności magnetycznej μ_r i gęstości ρ. Oś solenoidu jest równoległa do powierzchni cieczy.



Przekrój poprzeczny zanurzonego solenoidu

O ile poziom cieczy wewnątrz solenoidu będzie wyższy (lub niższy) od poziomu cieczy na zewnątrz, jeśli solenoid będzie podłączony do źródła prądu o ustalonym natężeniu I? Podaj wartość liczbową dla $I = 1\,\mathrm{A}$, liczby zwojów na jednostkę długości $n = 3000/\mathrm{m}$, $\mu_r = 10$, $\rho = 2\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$, $a = 0{,}03\,\mathrm{m}$, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$ (przenikalność magnetyczna próżni), $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ (przyspieszenie ziemskie).

Ciecz może swobodnie wpływać i wypływać przez końce solenoidu i między zwojami. Przyjmij, że powierzchnia cieczy wewnątrz solenoidu (a również na zewnątrz) jest pozioma oraz, że względna przenikalność magnetyczna powietrza jest równa 1. Można pominąć niejednorodności pola magnetycznego w pobliżu przewodu, z którego jest zrobiony solenoid. Grubość tego przewodu jest znacznie mniejsza od a.

Wskazówki

1. Linie pola magnetycznego biegną równolegle do osi solenoidu. W części solenoidu wypełnionej cieczą indukcja pola magnetycznego B jest taka, jakby całe wnętrze solenoidu było wypełnione cieczą. W części solenoidu wypełnionej powietrzem indukcja pola magnetycznego B jest taka, jakby całe wnętrze solenoidu było wypełnione powietrzem.
2. Objętościowa gęstość energii pola magnetycznego jest dana wzorem

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$$

gdzie μ_r jest względną przenikalnością magnetyczną ośrodka.

3. Opór elektryczny przewodu, z którego zrobiony jest solenoid, nie ma wpływu na poziom cieczy wewnątrz solenoidu.

Rozwiązanie zadania 2

W przypadku sprężania izotermicznego, para będzie się skraplać, aby utrzymać stałe ciśnienie, w związku z tym ciśnienie końcowe $p_1 = 1013\text{hPa}$. W przypadku rozprężania izotermicznego, para przestanie być nasycona i z równania:

$$p_2 V_2 = pV \tag{1}$$

uzyskujemy: $p_2 = p/2 = 506,5\text{hPa}$.
W przypadku przemian adiabatycznych nie jest z góry oczywiste, w którym procesie (sprężania czy rozprężania) para będzie się skraplać. Aby to stwierdzić załóżmy chwilowo, że nie następuje skraplanie i rozważmy przemianę adiabatyczną pary, która na początku znajdowała się pod ciśnieniem $p = 1013\text{hPa}$ i w temperaturze $t = 100°\text{C}$. Mamy spełniony warunek:

$$pV^\kappa = T^\kappa p^{1-\kappa} = \text{const}, \tag{2}$$

przy czym dla pary wodnej $\kappa = (C_V + R)/C_V = 4/3$. Mamy więc:

$$p(T) = AT^4, \tag{3}$$

gdzie A jest pewną stałą. Stałą proporcjonalności możemy wyznaczyć podstawiając $T = 100°\text{C} \approx 373\text{K}$, $p = 1013\text{hPa}$ i otrzymujemy $A \approx 5,233\ 10^{-6}\text{Pa/K}^4$. Można też zastosowac wynikający z powyższego wzór, w którym występuje temperatura t w stopniach Celsjusza, jawnie gwarantujący spełnienie warunku początkowego $p(t) = [(t + 273°\text{C})/373°\text{C}]^4 \cdot 1013\text{hPa}$. Obliczając teraz ciśnienia dla temperatur z zakresu od $95°\text{C}$ do $105°\text{C}$ otrzymujemy:

t[°C]	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
p[hPa]	959	970	981	991	1002	1013	1024	1034	1045	1057	1068

Widzimy, że dla temperatur $t < 100°\text{C}$ wartości ciśnienia są wyższe niż odpowiednie wartości ciśnienia pary nasyconej podane w tabeli w treści zadania, natomiast dla temperatur $t > 100°\text{C}$ są one niższe. Oznacza to, że podczas wykonywania sprężania adiabatycznego para nie będzie się skraplać (ciśnienia będą mniejsze niż ciśnienia pary nasyconej) i możemy użyć wzoru (3) by obliczyć ciśnienie końcowe, które wynosi $p_3 = 1068$ hPa. Podczas rozprężania adiabatycznego, para będzie się skraplać i cały czas będzie pozostawać w stanie pary nasyconej. W związku z tym końcowe ciśnienie odczytujemy z tabeli podanej w treści zadania $p_4 = 845$ hPa.