LVIII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA
CZĘŚĆ I

Źródła:
- Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
- T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Zadanie 1

Zauważmy, że związek między prędkością kątową obrotu względem chwilowej osi obrotu i prędkością liniową środka masy jest w obu przypadkach taki sam. Oznacza to, że stosunek energii kinetycznej ruchu obrotowego do energii kinetycznej ruchu postępowego jest taki sam w obu przypadkach. Ponieważ końcowe położenie środka masy jest w obu przypadkach takie samo, z zasady zachowania energii wynika równość energii kinetycznych ruchu obrotowego, a zatem również równość prędkości.

Zadanie 2

Całkowita siła, z jaką drużyna może ciągnąć linę, jest określona przez iloczyn całkowitej siły, z jaką drużyna naciska na podłoże, i współczynnika tarcia. Siła nacisku będzie większa od ciężaru drużyny o pionową składową naprężenia liny pomiędzy drużynami. A ta będzie największa, jeśli na początku ustawimy najwyższego zawodnika (kolejność pozostałych w tych rozważaniach nie ma znaczenia). Zatem z proponowanych ustawień kolejność od najwyższego do najniższego daje większą szansę na zwycięstwo.

Zadanie 3

Zgodnie ze wskazówką

$$\frac{N_2}{N_1} = r, \tag{1}$$

gdzie r jest pewną stałą określoną przez współczynnik tarcia i geometrię układu. W pierwszym przypadku

$$r = \frac{F}{ma_1} = 2. \tag{2}$$

Gdy dodatkowo zawiniemy linę na walcu, będzie się ona stykała z nim w 5 ćwiartkach, a nie w jednej. Dla każdej z ćwiartek zachodzi wyprowadzony wzór, co oznacza, że w drugim przypadku

$$\frac{F}{ma_2} = r^5. \tag{3}$$

Zatem

$$ma_2 = \left(\frac{ma_1}{F}\right)^5 F, \tag{4}$$

czyli

$$a_2 = \left(\frac{ma_1}{F}\right)^4 a_1 = \frac{5}{16}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 0{,}31\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}. \tag{5}$$

Zadanie 4

Kąt padania α_1 na akwarium promieni wychodzących z przedmiotu i kąt załamania α_2 tych promieni w wodzie spełniają związek

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2, \tag{6}$$

gdzie n_1 jest współczynnikiem załamania w powietrzu, a n_2 – współczynnikiem załamania w wodzie. Dla małych kątów oznacza to w przybliżeniu

$$n_1\alpha_1 = n_2\alpha_2. \tag{7}$$

Jeśli efektywna średnica obiektywu wynosi d, a odległość od przedmiotu x, to do obiektywu dochodzi promieniowanie wysłane z danego punktu przedmiotu w ramach kąta bryłowego

$$\Omega_w = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2\frac{1}{x^2}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2. \tag{8}$$

Ponieważ kąt ten jest $\left(n_2/n_1\right)^2$ razy większy od analogicznego kąta w przypadku braku akwarium, do danego elementu matrycy w jednostce czasu będzie dochodzić $\left(n_2/n_1\right)^2$ razy więcej światła przez akwarium niż przez powietrze. Oznacza to, że

$$T_2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 T_1. \tag{9}$$

Do takiego samego wniosku dojdziemy, uwzględniając fakt, że przedmiot widziany przez akwarium wydaje się (n_2/n_1) razy bliższy obiektywu, niż jest w rzeczywistości.

Dla $n_2/n_1 \approx 4/3$ dostaniemy

$$T_2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 T_1 = \frac{9}{16}T_1 = \frac{9}{160}\,\mathrm{s} \approx 5{,}6\cdot 10^{-2}\,\mathrm{s} \approx \frac{1}{18}\,\mathrm{s}. \tag{10}$$

Zadanie 5

Niech kierujący zabierze jednego z pasażerów, pozostawi go przed dojechaniem do celu, zawróci po drugiego (który tymczasem, oczywiście, dzielnie maszeruje!), a następnie dojedzie do B jednocześnie z dojściem pierwszego pasażera. Oznaczmy czas jazdy z pierwszym pasażerem jako t_1, czas jazdy z powrotem bez pasażera jako t_2, a czas jazdy z drugim pasażerem jako t_3. Spełnione są równania

$$vt_1 + v_1(t_2+t_3) = s, \tag{11}$$

$$v_2(t_1+t_2) + vt_3 = s, \tag{12}$$

$$vt_1 = vt_2 + v_2(t_1+t_2), \tag{13}$$

(ostatnie równanie można zapisać w równoważnej postaci

$$v(t_1 - t_2 + t_3) = s). \tag{14}$$

Należy z tych równań wyznaczyć czasy t_1, t_2 i t_3, a szukany wynik T jest ich sumą. Otrzymujemy

$$T = t_1+t_2+t_3 = \frac{s}{v}\,\frac{3v_2 - v(v_1+v_2) - v_1v_2}{v_2 + v(v_1+v_2) - 3v_1v_2}. \tag{15}$$

Symetria wzoru względem zamiany v_1 z v_2 wskazuje, że nie jest istotne, którego z pasażerów podwiezie się najpierw, a którego na końcu. Wartością liczbową wyniku jest

$$T \approx 2{,}05\,\mathrm{h} \approx 123\,\mathrm{min}. \tag{16}$$

Zadanie 6

i) Gdy pominiemy zależność oporu od temperatury, sumaryczna moc wydzielana w każdym z układów będzie taka sama. Jednak w układzie b) moc wydzielana na jednej żarówce będzie 4 razy mniejsza od analogicznej mocy w układzie a), co oznacza, że temperatura włókna żarówki b) będzie mniejsza w przypadku b). Ponieważ sprawność świetlna żarówki maleje przy obniżeniu temperatury włókna, układ b) będzie wysyłał mniej światła niż układ a).

ii) W tym przypadku, ponieważ temperatura włókna żarówki w układzie b) jest mniejsza, mniejszy będzie jej opór elektryczny. To oznacza mniejszą moc wydzielaną w układzie, a więc jeszcze mniej wypromieniowanego światła niż w przypadku i).

Zatem w obu przypadkach układ b) będzie wysyłał mniej światła, a więc w pokoju będzie ciemniej w przypadku układu b).

Zadanie 7

Gdy ciągniemy za obrus, siła tarcia wywołuje przyspieszenie środka masy w kierunku ciągnięcia oraz przyspieszenie kątowe kuli. Zatem w chwili, gdy kula zetknie się z obrusem, porusza się ona w tym samym kierunku co obrus, a jednocześnie obraca się w kierunku „przeciwstawiającym się" ruchowi jej środka masy. Zatem po zetknięciu ze stołem kulka zacznie się po nim ślizgać.

Siła tarcia będzie przeciwstawiała się ruchowi środka masy i jednocześnie ruchowi obrotowemu. Po pewnym czasie prędkość kątowa ruchu obrotowego dopasuje się tak do prędkości ruchu postępowego, że kulka przestanie się ślizgać, czyli – w ogólnym przypadku – zacznie się toczyć.

Ponieważ moment sił działających względem punktu styczności kulki z podłożem jest zawsze równy zero, moment pędu kulki w momencie, gdy zacznie się ona toczyć, jest równy zero. A to oznacza, że prędkość tego toczenia będzie równa zero. Tak więc kulka zatrzyma się i nie spadnie na ziemię.

Zadanie 8

W obu przypadkach przyjmijmy, że na drodze do lustra płaszczyzna polaryzacji światła ulega skręceniu o kąt α według obserwatora patrzącego w stronę lustra.

Przypadek a): W drodze powrotnej, według obserwatora patrzącego w stronę polaryzatora (a zatem znowu zgodnie z kierunkiem biegu światła), płaszczyzna polaryzacji również ulegnie skręceniu o kąt α. A to oznacza, że według obserwatora patrzącego w stronę lustra płaszczyzna polaryzacji powracającego światła obróci się o kąt $-\alpha$. Czyli światło po powrocie do polaryzatora będzie miało polaryzację zgodną z jego ustawieniem. Zatem w przypadku a) światło zawsze po odbiciu przejdzie przez polaryzator.

Przypadek b): Po odbiciu kierunek pola magnetycznego względem kierunku biegu światła ulega zmianie na przeciwny (iloczyn $\vec{n} \cdot \vec{B}$ zmienia znak). Zatem według obserwatora patrzącego w stronę polaryzatora płaszczyzna polaryzacji ulegnie skręceniu o kąt $-\alpha$. Oznacza to, że według obserwatora patrzącego w stronę lustra obrót nastąpi ponownie o kąt α. Czyli płaszczyzna polaryzacji w sumie obróci się o kąt 2α. Jeśli dobierzemy tak parametry układu, by $\alpha = 45°$, odbite światło ulegnie całkowitemu pochłonięciu w polaryzatorze.

Zadanie 9

Przy małych przesunięciach wózka należy nacisnąć na linę w połowie jej długości, prostopadle do liny, siłą o maksymalnej wartości

$$F = 2mg\sin\alpha \frac{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \left(\frac{l}{2} - \frac{a}{2}\right)^2}}{\left(\frac{l}{2} - \frac{a}{2}\right)}. \tag{17}$$

Dla podanych wartości a i l dostaniemy z tego wzoru

$$F \approx 0{,}97\, mg\sin\alpha \approx 48\,\mathrm{N}. \tag{18}$$

Jest to tylko trochę mniej niż siła

$$mg\sin\alpha \approx 50\,\mathrm{N}, \tag{19}$$

z jaką należy działać, pchając wózek wzdłuż równi. W tej sytuacji korzystniejszym rozwiązaniem jest przyłożenie siły stycznie do górnej powierzchni koła wózka. W tym przypadku należy działać siłą

$$\frac{mg\sin\alpha}{2} = 25\,\mathrm{N}. \tag{20}$$

W praktyce ten sposób może być dość trudny do zastosowania.

Uwaga dla sprawdzających: ze względu na możliwe kontrowersje, każde rozwiązanie, w którym maksymalna działająca siła jest mniejsza niż $mg\sin\alpha$, powinno być ocenione na maksymalną liczbę punktów.

Zadanie 10

Taka sytuacja może wystąpić, jeśli pierwsza powłoka znajdowała się wewnątrz drugiej. Oczywiście, jeśli promień pierwszej powłoki jest większy od promienia drugiej powłoki, nie będzie to możliwe.

Zadanie 11

Jest to możliwe, jeśli kąt α_A, jaki tworzy w układzie czarownicy B oś miotły A z wektorem jej prędkości, jest inny niż kąt α_B, jaki tworzy w układzie czarownicy A oś miotły B z wektorem jej prędkości. Otrzymamy

$$l_A = \sqrt{\sin^2\alpha_A + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\cos^2\alpha_A}\, l = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\cos^2\alpha_A}\, l, \tag{21}$$

$$l_B = \sqrt{\sin^2\alpha_B + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\cos^2\alpha_B}\, l = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\cos^2\alpha_B}\, l. \tag{22}$$

Dla $l_A = l/2$, $l_B = l/3$ najmniejszą możliwą prędkość względną, równą

$$v_{\mathrm{rel}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\, c, \tag{23}$$

będziemy mieli, gdy $\alpha_B = 0$.

Zadanie 12

Wzdłuż torusa płynie prąd o natężeniu I po okręgu o promieniu R_2. Zatem pole magnetyczne w środku torusa jest prostopadłe do płaszczyzny, w której znajduje się torus, i ma wartość

$$B = \frac{\mu_0}{2R_2}\, I. \tag{24}$$

Zadanie 13

Wielkość przedmiotu na zdjęciu jest dana w przybliżeniu wzorem

$$h = \frac{f}{x}\, H, \tag{25}$$

gdzie x jest odległością przedmiotu od obiektywu, f jest ogniskową obiektywu, a H jest rzeczywistą wysokością przedmiotu.

Zdjęcie z lewej strony można przekształcić w zdjęcie prawe w następujący sposób: najpierw, nie zmieniając ogniskowej, oddalamy się od latarni na pierwszym planie aż do momentu, gdy jej wielkość na zdjęciu stanie się równa wielkości latarni na prawym zdjęciu. Zgodnie z naszym wzorem, obiekty znajdujące się za latarnią będą w tym momencie jeszcze mniejsze niż na lewym zdjęciu. Następnie oddalamy się od naszej latarni, zwiększając jednocześnie ogniskową tak, by wielkość tej latarni na zdjęciu nie uległa zmianie. Postępując w ten sposób, jesteśmy w stanie osiągnąć wielkość na zdjęciu wybranego obiektu znajdującego się za latarnią równą jego wielkości na prawym zdjęciu. A zatem zdjęcie z prawej strony zostało zrobione przy dłuższej ogniskowej.

Można też to uzasadnić w sposób bardziej rachunkowy. Rozważmy dwa przedmioty o wysokościach H_1 i H_2 znajdujące się jeden za drugim w odległościach odpowiednio x_1 oraz $x_2 = x_1 + d$ od obiektywu. Ich wielkość na zdjęciu będzie równa odpowiednio

$$h_1 = \frac{H_1 f}{x_1}, \tag{26}$$

$$h_2 = \frac{H_2 f}{x_1 + d}, \tag{27}$$

stąd

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{H_2}{H_1}\,\frac{x_1}{x_1 + d}. \tag{28}$$

To wyrażenie jest rosnącą funkcją x_1, a zatem prawe zdjęcie zostało zrobione z większej odległości niż lewe.

Wprowadzając wskaźniki L i P odpowiadające odpowiednio lewemu i prawemu zdjęciu, otrzymamy

$$h_{2L} = \frac{H_2 f_L}{x_{1L} + d}, \tag{29}$$

$$h_{2P} = \frac{H_2 f_P}{x_{1P} + d}. \tag{30}$$

Mamy stąd

$$\frac{h_{2P}}{h_{2L}} = \frac{f_P}{f_L}\,\frac{x_{1L} + d}{x_{1P} + d}. \tag{31}$$

Z faktu $x_{1P} > x_{1L}$ wynika

$$\frac{x_{1L}+d}{x_{1P}+d} < 1, \tag{32}$$

a ponieważ na zdjęciu mamy obiekty, dla których $h_{2P}/h_{2L} > 1$, zatem musi być

$$\frac{f_P}{f_L} > 1. \tag{33}$$

Zadanie 14

Średnia prędkość statku wynosiła

$$v = \frac{300}{2000}\,c. \tag{34}$$

Czas, jaki minął według załogi, powinien być równy

$$\Delta\tau = \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\,2000\,\mathrm{lat} \approx 1977\,\mathrm{lat}. \tag{35}$$

Zatem albo statek pokonał dużo większą drogę, albo na Ziemi upłynęło dużo mniej czasu.

Zadanie 15

a) Zmiana temperatury wody wynosi

$$\Delta T = \frac{mgh}{c_w}\,\frac{75}{25} = \frac{70\cdot 10\cdot 200}{4180\cdot 70}\,\frac{75}{25} = 1{,}4^\circ\mathrm{C}, \tag{36}$$

gdzie c_w jest ciepłem właściwym wody.

b) Masa wody, która musi wyparować, aby odprowadzić tę samą ilość energii:

$$m = \frac{mgh}{q}\,\frac{75}{25} = \frac{70\cdot 10\cdot 200\cdot 75}{25\cdot 2400000} = 0{,}175\,\mathrm{kg}, \tag{37}$$

gdzie q jest ciepłem parowania wody w temperaturze 30°C.