



VI OLIMPIADA FIZYCZNA
(1956/1957)
ZAWODY III STOPNIA
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T3

Nazwa – Wysokość echa gwizdu lokomotywy jadącej w wąwozie.

Źródła – Kazimierz Rosiński¹, *Fizyka w Szkole* nr 5, 1957, s. 296-304

– Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

– Janusz Ostrowski, *Olimpiady Fizyczne V i VI*, Warszawa, PZWS 1963, s. 149–155

– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Kierunek toru kolejowego jest na pewnym odcinku prostopadły do zbocza kotliny. Maszynista pociągu poruszającego się po tym torze z prędkością v_1 emituje w pewnym momencie sygnał o częstotliwości ν . Już po przebrzmieniu sygnału słyszy on jego echo pochodzące od zbocza kotliny. Jaka jest wysokość sygnału – echa odbieranego przez maszynistę?

¹ Dr Kazimierz Rosiński pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od IV OF do VII OF, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T3 – VI OF, III stopień

Ponieważ ruch falowy jest powszechnym zjawiskiem przyrody (powszechniejszym niż się sądziło w czasach fizyki klasycznej), a z drugiej strony w nauczaniu szkolnym nie zawsze można nadać mu dostateczne znaczenie ze względu na trudności w należytym jego zrozumieniu – z tych powodów potraktujmy zagadnienie trochę ogólniej i wyprowadźmy słynne wzory na zjawisko Dopplera w akustyce. (Od uczniów nie wymagało się wyprowadzania wzorów Dopplera).

Prędkość rozchodzenia się dźwięku – oznaczmy ją przez c – zależy **jedynie od własności ośrodka**; jest stałą, charakteryzującą dany ośrodek; mierzymy ją względem ośrodka.

Częstotliwość drgań ośrodka ν_0 zależy jedynie od częstotliwości drgań źródła dźwięku i **jest jej równa**, niezależnie od tego, czy źródło jest w spoczynku, czy też porusza się względem ośrodka.

Częstotliwość drgań powietrza ν , jaką odbiera obserwator, zależy od prędkości obserwatora względem fali lub, mówiąc inaczej, od względnej prędkości obserwatora i dźwięku (oznaczmy ją przez u) oraz od długości fali drgań ośrodka λ . Zależność tę wyraża ogólny wzór podstawowy

$$\nu = \frac{u}{\lambda}. \quad (1)$$

Rozpatrzmy wprawdzie przypadek nieruchomego źródła i obserwatora poruszającego się względem ośrodka z prędkością v_1 . Przyjmijmy przy tym dodatkowo $+v_1$, gdy obserwator zbliża się do źródła oraz $-v_1$, gdy obserwator oddala się od źródła. Będzie więc teraz

$$u = v_1 + c$$

oraz

$$\lambda = \frac{c}{\nu_0}.$$

Wstawiając oba wyrażenia do wzoru (1), otrzymamy

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_1}{c}\right) \quad (2)$$

oraz analogicznie dla obserwatora oddalającego się od źródła

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{v_1}{c}\right). \quad (3)$$

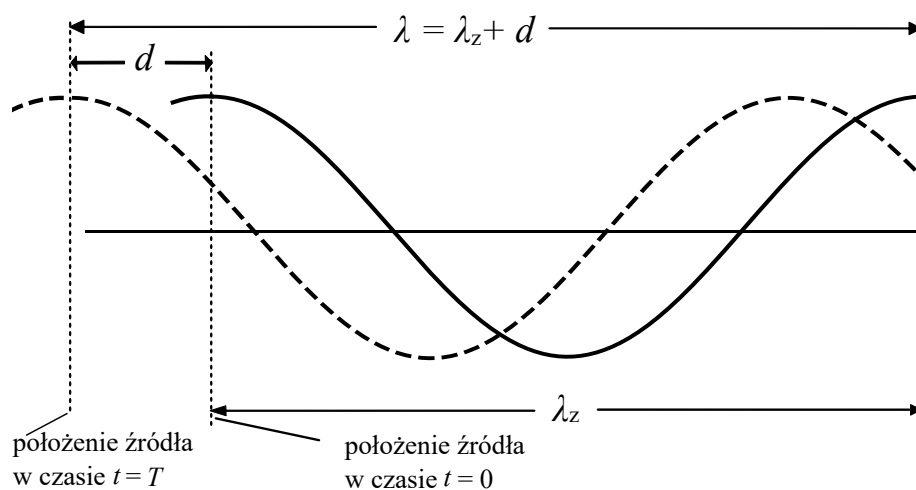
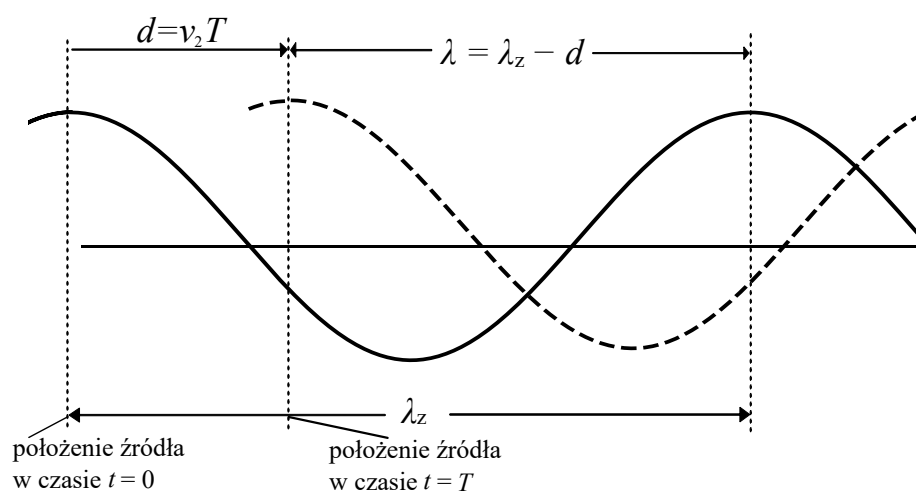
Rozpatrzmy teraz przypadek nieruchomego obserwatora i źródła poruszającego się względem ośrodka z prędkością v_2 . Teraz będzie oczywiście $u = c$, zmieni się natomiast długość fali drgań ośrodka.

Oznaczmy przez λ_z długość fali przy nieruchomym źródle, przez d drogę, jaką przebędzie źródło w czasie równym okresowi drgań T . Z rys. 1 widać, że

$$\lambda = \lambda_z - d,$$

ale oczywiście $d = v_2 T$, a że $T = \frac{1}{\nu_0}$, więc mamy

$$d = \frac{v_2}{\nu_0}.$$



A ponieważ

$$\lambda_z = \frac{c}{\nu_0},$$

więc

$$\lambda = \frac{c}{\nu_0} - \frac{v_2}{\nu_0}.$$

Wstawiając ostatnie wyrażenie do wzoru (1), otrzymamy

$$\nu = \nu_0 \frac{c}{c - v_2},$$

czyli

$$\nu = \nu_0 \frac{1}{1 - \frac{v_2}{c}}. \quad (4)$$

Jeśli uczynimy analogiczne założenia co do znaku przy v_2 jak przy v_1 , to w przypadku odda-

lającego się źródła otrzymamy wzór

$$\nu = \nu_0 \frac{1}{1 + \frac{v_2}{c}}. \quad (5)$$

Sposób I

Głos dobiega do ściany górskiej, którą traktujemy teraz jako nieruchomego obserwatora, ze zmienioną częstotliwością ν_1 , pochodzi bowiem ze źródła ruchomego (względem ośrodka). Zgodnie ze wzorem (4) i (5), mamy

$$\nu_1 = \nu_0 \frac{1}{1 \pm \frac{v}{c}}, \quad (6)$$

gdzie c oznacza prędkość głosu.

Z kolei głos o częstotliwości ν_1 odbija się od zbocza, które staje się teraz nieruchomym źródłem, i wraca do ucha maszynisty jako do ruchomego obserwatora. Następuje więc ponowna zmiana częstotliwości drgań na ν_2 , przy czym zgodnie ze wzorami (2) i (3)

$$\nu_2 = \nu_1 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right). \quad (7)$$

Zatem ostatecznie maszynista usłyszy głos o częstotliwości

$$\nu_2 = \nu_0 \frac{1 \pm \frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}} = \nu_0 \frac{c \pm v}{c \mp v}, \quad (8)$$

a więc o częstotliwości większej (wyższy ton) w przypadku zbliżania się do zbocza (znaki górne) lub o częstotliwości mniejszej (niższy ton) w przypadku oddalania się (znaki dolne).

Sposób II — trochę efektowniejszy, lecz niezupełnie ścisły

Zauważmy, że fale głosowe ulegają odbiciu od zbocza podobnie jak światło od zwierciadła.

A zatem głos odbity od płaskiego zbocza rozchodzi się tak, jakby został wysłany przez „obraz zwierciadlany” pociągu zbliżającego się do zbocza z prędkością v ; sam pociąg - obserwator - też zbliża się z prędkością v do pociągu - źródła. A zatem obserwator i źródło zbliżają się do siebie z prędkością $2v$. (W przypadku oddalania się pociągu od zbocza mielibyśmy oddalanie się źródła od obserwatora z prędkością $2v$.) Uwzględniając więc to, że prędkość pociągu jest dużo mniejsza od prędkości głosu, możemy zastosować albo wzór (4) dla **źródła** zbliżającego się z prędkością $2v$:

$$\nu'_2 = \nu_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2v}{c}} \quad (9)$$

albo wzór (2) dla **obserwatora** zbliżającego się z prędkością $2v$

$$\nu''_2 = \nu_0 \left(1 + \frac{2v}{c}\right). \quad (10)$$

Zakładając $v = 61$ km/godz i $c = 1220$ km/godz = 340 m/sek otrzymujemy:

$$\nu' = 1,111 \nu_0, \quad \nu'' = 1,100 \nu_0,$$

a więc wielkości różniące się bardzo nieznacznie. Zauważmy jeszcze, że zastosowanie ścisłego

wzoru (8) da w naszym przypadku wielkość

$$\nu' = 1,105 \nu_0. \quad (11)$$

Jak widać, zastosowanie w rozważanym zadaniu najprostszego wzoru przybliżonego (10) daje wynik zupełnie poprawny.

Komentarz

Wielu zawodników nie odróżniało przypadku ruchomego źródła (zmiana częstotliwości dźwięku wysyłanego) od przypadku ruchomego obserwatora (zmiana częstotliwości dźwięku odbieranego); stosowali więc dwukrotnie np. wzór (2) i pisali

$$\nu_2 = \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c}\right) = \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)^2 \quad (11)$$

(co miało miejsce częściej), bądź też korzystali ze wzoru (4) i pisali

$$\nu_2 = \nu_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{v}{c}}\right)^2. \quad (12)$$

Jeden z uczniów napisał wprost: „Dźwięk o częstotliwości ν_1 odbija się od zbrocza i podąża w kierunku pociągu. Dla maszynisty źródłem w tej chwili źródłem dźwięku jest poruszająca się względem niego ściana.”

Oczywiście, wszystkie wzory (8), (9), (10), (11), (12) zastosowane do naszego przypadku $v \ll c$ dadzą wyniki liczbowe prawie jednakowe. Jeśli jednak nie korzystamy z uproszczonego rozumowania (sposób 2) i wynikającego z niego uproszczonego wzoru (9) lub (10), to stosowanie pozornie ścisłych wzorów (11) lub (12), zamiast jedynie naprawdę ścisłego wzoru (8), jest błędem. Tak też oceniamy były prace uczniowskie. Warto może zauważyć, że oba wzory (11) i (12) od razu przechodzą – jako do swych przybliżeń – we wzory (10) i (9) odpowiednio, mamy bowiem:

$$\left(1 + \frac{v}{c}\right)^2 = 1 + \frac{2v}{c} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 \approx 1 + \frac{2v}{c} \quad (12)$$

przy zaniechaniu wielkości $\frac{v^2}{c^2}$ jako bardzo małej wobec $\frac{2v}{c}$ (w naszym przykładzie $\frac{v^2}{c^2}$ stanowi mniej niż 3 procent $\frac{2v}{c}$).

Wypowiedzi uczniowskie świadczą o tym, że w nauczaniu szkolnym fizyki niedostateczny nacisk jest położony na zasadniczą różnicę fizyczną między przypadkiem poruszającego się względem ośrodka źródła dźwięku, kiedy to ośrodek (np. powietrze) drga z częstotliwością inną niż źródło, a przypadkiem poruszającego się obserwatora, kiedy to ośrodek (np. powietrze) drga z częstotliwością taką samą jak źródło, natomiast odbiornik (np. ucho obserwatora) drga z inną częstotliwością niż ośrodek.

Jednocześnie widać, jak ważną rolę w zjawiskach falowych odgrywa prędkość wzajemna elementów składowych tego zjawiska.

Jeden z uczniów zupełnie dobrze rozwiązał zadanie, napisał poprawny wzór

$$\nu'' = \nu \frac{c - v}{c + v},$$

a pod koniec zrobił bardzo słuszną uwagę: "Dla fali głosowej w zjawisku Dopplera nie jest obojętne, czy oddala się obserwator czy źródło fali, istotną bowiem rzeczą jest ruch obu tych ciał względem nieruchomego ośrodka rozchodzenia się fal, jako układu odniesienia. W tym jednak wypadku, ponieważ oba ciała są i źródłem i odbiorcą fali, jest to rzeczą obojętną i efekt byłby ten sam, gdyby parowóz stał w miejscu, a oddalała się od niego ruchem postępowym ściana".