

LX OLIMPIADA FIZYCZNA

ZAWODY III STOPNIA

CZEŚĆ TEORETYCZNA

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1.

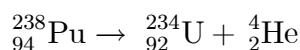
Kulista, doskonale czarna sonda kosmiczna "Lord Darth Vader", wykorzystuje do zasilania promieniotwórczy izotop plutonu ^{238}Pu . Pluton o masie m jest umieszczony wewnątrz sondy w pojemniku, którego ścianki całkowicie pochłaniają produkty rozpadu plutonu. Temperatura pojemnika jest równa T_1 , temperatura pozostałych elementów sondy nie zmienia się w czasie.

Przyjmując, że moc P wykorzystywana do działania sondy, jest wytwarzana przez idealny (odwracalny) silnik cieplny, który pobiera ciepło z pojemnika z plutonem, oblicz, ile wynosi ta moc. Rozważ dwa przypadki:

a) cała praca wytworzona przez rozważany silnik jest wykorzystywana (po przetworzeniu na energię elektryczną) do zasilania komputerów pokładowych;

b) cała praca wytworzona przez rozważany silnik jest wysyłana na zewnątrz sondy (np. w postaci wiązki laserowej).

Czas połowicznego rozpadu ^{238}Pu wynosi $t_{1/2} = 87,7$ lat. Przyjmij, że rozpad zachodzi zgodnie z reakcją



i pomiń inne reakcje jądrowe. Pomiń promieniowanie dochodzące do sondy z zewnątrz. Promień sondy wynosi R .

Wyniki liczbowe podaj dla $m = 2$ kg, $T_1 = 500$ K, $R = 0,5$ m.

Masy atomowe wynoszą $m_{{}_{94}^{238}\text{Pu}} = 238,04955$ u, $m_{{}_{92}^{234}\text{U}} = 234,04095$ u, $m_{{}_2^4\text{He}} = 4,00260$ u, gdzie u = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

Stała Stefana-Boltzmanna $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/(m²K⁴), prędkość światła $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.

Zadanie 2.

Jednorodna rura o momencie bezwładności I względem jej osi, długości L i promieniach: wewnętrznym r_2 i zewnętrznym r_1 (przy czym $L \gg r_1$) znajduje się w jednorodnym, równoległym do jej osi polu magnety-

cznym o indukcji B_0 . Rura jest wykonana z nieprzewodzącego, niemagnetycznego materiału. Jej powierzchnia zewnętrzna jest równomiernie naładowana ładunkiem o całkowitej wartości Q , a powierzchnia wewnętrzna jest równomiernie naładowana ładunkiem o całkowitej wartości $-Q$. Rura może się swobodnie obracać wokół swojej osi, ale początkowo jest nieruchoma. Znajdź końcową prędkość kątową rury, jeśli wartość indukcji zewnętrznego pola magnetycznego zmniejszono powoli od B_0 do 0.

Podaj wynik liczbowy dla $L = 0,5$ m, $r_1 = 0,010$ m, $r_2 = 0,009$ m, $B_0 = 1$ T, $Q = 6 \cdot 10^{-5}$ C, $I = 6 \cdot 10^{-9}$ kg·m².

Przenikalność magnetyczna próżni wynosi $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Zadanie 3.

Płasko - wypukła soczewka o promieniu krzywizny R i grubości (na osi optycznej) d jest wykonana z materiału o współczynniku załamania zmieniającym się z odległością r od jej osi zgodnie ze wzorem

$$n(r) = n_1 + a \cdot r^2,$$

gdzie n_1 i a są stałymi. Współczynnik załamania ośrodka na zewnątrz soczewki wynosi n_0 .

a) Rozważmy promień równoległy do osi soczewki, padający na nią od strony płaskiej w odległości r_1 od tej osi. Opisz jakościowo i przedyskutuj dalszy bieg promienia.

b) Wyznacz zdolność skupiającą tej soczewki. Przyjmij, że $\frac{|\Delta r|}{d} \ll 1$, $\frac{|\Delta r|}{r_1} \ll 1$, gdzie Δr jest odległością, o jaką promień równoległy do osi optycznej soczewki, padający na płaską stronę tej soczewki w odległości r_1 od osi oddala się od tej osi w wyniku przejścia przez soczewkę. Rozważ promienie przyosiowe, tzn. przyjmij, że r_1 jest małe.

Uwaga: dla $|x| \ll 1$, w przybliżeniu liniowym mamy

$(1+x)^n \approx 1+nx$, $\ln(1+x) \approx x$, gdzie n jest dowolną liczbą rzeczywistą.

Rozwiązanie zadania 2.

Z prawa Ampere'a wynika, że gdy indukcja pola magnetycznego wynosi B_{zew} a rura obraca się z prędkością kątową ω , przy czym kierunek i zwrot \vec{B}_{zew} oraz $\vec{\omega}$ są takie same, to indukcja pola magnetycznego w odległości r od osi jest równa

$$B = \begin{cases} B_{zew} & \text{dla } r \geq r_1, \\ B_{zew} + \frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi L} & \text{dla } r_1 > r \geq r_2, \\ B_{zew} & \text{dla } r < r_2. \end{cases} \quad (15)$$

Jeśli pole magnetyczne ulega zmianie, to, zgodnie z prawem Faradaya, indukuje się pole elektryczne. Na zewnętrznej powierzchni rury będzie ono wynosić:

$$E_1 = -\frac{1}{2\pi r_1} \frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{1}{2\pi r_1} \left[\pi (r_1^2 - r_2^2) \left(\frac{dB_{zew}}{dt} + \frac{\mu_0 Q}{2\pi L} \frac{d\omega}{dt} \right) + \pi r_2^2 \frac{dB_{zew}}{dt} \right], \quad (16)$$

natomiast na wewnętrznej będzie równe

$$E_2 = -\frac{1}{2\pi r_2} \frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{1}{2\pi r_2} \left[\pi r_2^2 \frac{dB_{zew}}{dt} \right]. \quad (17)$$

Pole elektryczne stara się obrócić naszą rurę. Moment siły wynosi

$$M = QE_1 r_1 - QE_2 r_2. \quad (18)$$

Po podstawieniu wzorów na E_1 i E_2 otrzymamy równanie ruchu obrotowego rury

$$I \frac{d\omega}{dt} = -\frac{Q}{2\pi} \left[\pi (r_1^2 - r_2^2) \left(\frac{dB_{zew}}{dt} + \frac{\mu_0 Q}{2\pi L} \frac{d\omega}{dt} \right) + \pi r_2^2 \frac{dB_{zew}}{dt} \right] + \frac{Q}{2\pi} \left[\pi r_2^2 \frac{dB_{zew}}{dt} \right] \quad (19)$$

$$= -\frac{Q}{2\pi} \left[\pi (r_1^2 - r_2^2) \left(\frac{dB_{zew}}{dt} + \frac{\mu_0 Q}{2\pi L} \frac{d\omega}{dt} \right) \right]. \quad (20)$$

Przekształcając powyższy wzór otrzymamy

$$\left[I + \frac{Q}{2\pi} \pi (r_1^2 - r_2^2) \frac{\mu_0 Q}{2\pi L} \right] \frac{d\omega}{dt} = -\frac{Q}{2\pi} \pi (r_1^2 - r_2^2) \frac{dB_{zew}}{dt}. \quad (21)$$

Stąd końcowa prędkość kątowa wynosi

$$\omega_{konc} = \frac{\frac{Q}{2} (r_1^2 - r_2^2) B_0}{I + (r_1^2 - r_2^2) \frac{\mu_0 Q^2}{4\pi L}} \quad (22)$$

$$= 0,095 \frac{1}{s}. \quad (23)$$

Znak + powyżej oznacza, że jeśli patrzymy zgodnie z \vec{B}_o , to rura zacznie się obracać zgodnie z ruchem wskazówek zegara.