

LXI OLIMPIADA FIZYCZNA

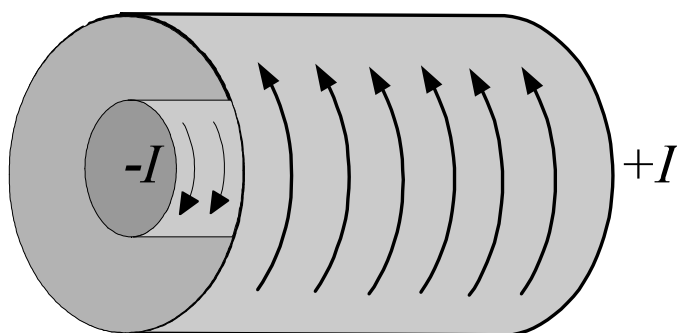
ZAWODY II STOPNIA

CZEŚĆ TEORETYCZNA

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1.

W celu ochrony planowanej stacji kosmicznej przed promieniowaniem kosmicznym postanowiono wytwarzać wokół niej pole magnetyczne przy pomocy dwóch współśrodkowych, cienkich rur o promieniach R_1 i R_2 (gdzie $R_1 < R_2$) i długości L ($L \gg R_2 - R_1$) przez które płyną, prostopadłe do tworzących wałców, jednorodne prądy o całkowitym natężeniu odpowiednio $+I$ oraz $-I$ (kierunki prądów są przedstawione na rysunku). Stacja znajduje się wewnątrz rury o promieniu R_1 .



Ile powinna wynosić minimalna wartość I oraz odpowiadająca jej indukcja pola magnetycznego B , aby ten układ chronił stację przed równoległą wiązką protonów o energii kinetycznej E_k ? Wiązka pada pod kątem α do osi rur. Rozważ dwa przypadki (poniżej $m_p c^2$ jest energią spoczynkową protonu):

- nierelatywistyczny ($E_k \ll m_p c^2$),
- ultrarelatywistyczny ($E_k \gg m_p c^2$).

Przyjmij, że materiał, z którego są wykonane rury, nie spowalnia protonów.

Podaj wyniki liczbowe dla $R_1 = 5$ m, $R_2 = 15$ m, $L = 100$ m, $\alpha = \pi/4$ oraz w przypadku a) $E_k = 10^8$ eV, a w przypadku b) $E_k = 0,9 \cdot 10^{10}$ eV. Stałe wynoszą: przenikalność magnetyczna

próżni $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{m}}$, prędkość światła $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ładunek protonu $q = 1e$, ładunek elementarny $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, energia spoczynkowa protonu $m_p c^2 = 0,94 \cdot 10^9$ eV.

Uwaga: w przypadku relatywistycznym całkowita energia (kinetyczna + spoczynkowa) E cząstki o masie (spoczynkowej) m , poruszającej się z prędkością v wynosi

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

oraz obowiązują równania ruchu

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

gdzie \vec{F} jest siłą, a pęd \vec{p} wyraża się wzorem

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

W przypadku sił prostopadłych do prędkości, równania ruchu sprowadzają się do

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{a},$$

gdzie \vec{a} jest przyspieszeniem.

Zadania 1 i 2 na stronie 2.

Rozwiązanie zadania 1.

Rury tworzą współosiowe solenoidy – pole magnetyczne między nimi jest jednorodne i skierowane wzdłuż osi walców, a jego indukcja jest równa

$$B = \mu_0 \frac{I}{L}. \quad (1)$$

Cząstka naładowana porusza się w stałym polu magnetycznym po linii śrubowej o promieniu

$$r = \frac{v_{\perp} E / c^2}{qB}, \quad (2)$$

gdzie $v_{\perp} = v \sin \alpha$ jest prostopadłą do \vec{B} składową prędkości.

Z analizy różnych możliwych torów protonu wynika, że aby proton nie wpadł do wewnętrznej rury, musi być

$$2r \leq R_2 - R_1, \quad (3)$$

przy czym najostrożniejsze ograniczenie r od góry jest konieczne, gdy protony padają na zewnętrzną rurę stycznie i ze zwrotem przeciwnym do prądu. Stąd

$$B = \frac{2v_{\perp} E / c^2}{q(R_2 - R_1)}, \quad (4)$$

$$I = \frac{2v_{\perp} E / c^2}{q(R_2 - R_1)} \frac{L}{\mu_0}. \quad (5)$$

Dla cząstek nierelatywistycznych $v = \sqrt{2E_k/m}$, $E \approx mc^2$, a w naszym przypadku $m = m_p$ a więc

$$B = \frac{2\sqrt{2E_k m_p} \sin \alpha}{q(R_2 - R_1)}, \quad (6)$$

$$I = \frac{2\sqrt{2E_k m_p} \sin \alpha}{q(R_2 - R_1)} \frac{L}{\mu_0}. \quad (7)$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy

$$I = 1,6 \cdot 10^7 \text{ A}, B = 0,20 \text{ T}. \quad (8)$$

Dla cząstek ultrarelatywistycznych $v \approx c$, stąd

$$B = \frac{2E \sin \alpha}{cq(R_2 - R_1)}, \quad (9)$$

$$I = \frac{2E \sin \alpha}{cq(R_2 - R_1)} \frac{L}{\mu_0}, \quad (10)$$

przy czym $E = E_k + m_p c^2 (\approx E_k)$. Zatem

$$I = 3,6 \cdot 10^8 \text{ A}, B = 4,7 \text{ T}. \quad (11)$$

Punktacja zadania 1.

Związek pola magnetycznego z natężeniem prądu (wzór (1) lub równoważny) – 1pkt.

Promień linii śrubowej, po której porusza się cząstka (wzór (2) lub równoważny) – 1pkt.

Warunek na promień linii śrubowej, po której porusza się cząstka, (wzór (3) lub równoważny) – 2 pkt.

Pole magnetyczne i natężenie prądu w przypadku nierelatywistycznym (wzory (6) oraz (7) lub równoważne) – 2 pkt.

Pole magnetyczne i natężenie prądu w przypadku relatywistycznym (wzory (9) oraz (10) lub równoważne) – 2 pkt.

Wartości liczbowe w przypadku nierelatywistycznym (wzory (8)) – 1pkt.

Wartości liczbowe w przypadku relatywistycznym (wzory (11) – dopuszczalny błąd rzędu 10%) – 1pkt.