

LXI OLIMPIADA FIZYCZNA

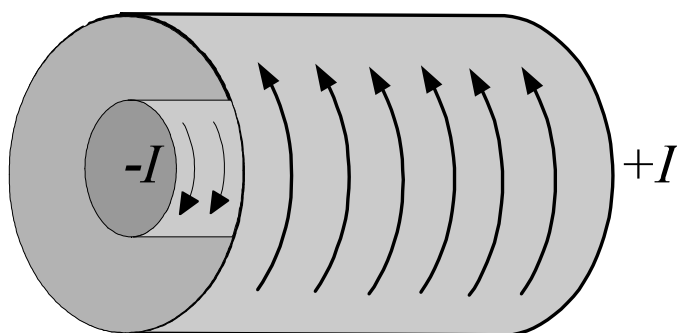
ZAWODY II STOPNIA

CZEŚĆ TEORETYCZNA

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1.

W celu ochrony planowanej stacji kosmicznej przed promieniowaniem kosmicznym postanowiono wytwarzać wokół niej pole magnetyczne przy pomocy dwóch współśrodkowych, cienkich rur o promieniach R_1 i R_2 (gdzie $R_1 < R_2$) i długości L ($L \gg R_2 - R_1$) przez które płyną, prostopadle do tworzących wałców, jednorodne prądy o całkowitym natężeniu odpowiednio $+I$ oraz $-I$ (kierunki prądów są przedstawione na rysunku). Stacja znajduje się wewnątrz rury o promieniu R_1 .



Ile powinna wynosić minimalna wartość I oraz odpowiadająca jej indukcja pola magnetycznego B , aby ten układ chronił stację przed równoległą wiązką protonów o energii kinetycznej E_k ? Wiązka pada pod kątem α do osi rur. Rozważ dwa przypadki (poniżej $m_p c^2$ jest energią spoczynkową protonu):

- nierelatywistyczny ($E_k \ll m_p c^2$),
- ultrarelatywistyczny ($E_k \gg m_p c^2$).

Przyjmij, że materiał, z którego są wykonane rury, nie spowalnia protonów.

Podaj wyniki liczbowe dla $R_1 = 5$ m, $R_2 = 15$ m, $L = 100$ m, $\alpha = \pi/4$ oraz w przypadku a) $E_k = 10^8$ eV, a w przypadku b) $E_k = 0,9 \cdot 10^{10}$ eV. Stałe wynoszą: przenikalność magnetyczna

próżni $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{m}}$, prędkość światła $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ładunek protonu $q = 1e$, ładunek elementarny $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, energia spoczynkowa protonu $m_p c^2 = 0,94 \cdot 10^9$ eV.

Uwaga: w przypadku relatywistycznym całkowita energia (kinetyczna + spoczynkowa) E cząstki o masie (spoczynkowej) m , poruszającej się z prędkością v wynosi

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

oraz obowiązują równania ruchu

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

gdzie \vec{F} jest siłą, a pęd \vec{p} wyraża się wzorem

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

W przypadku sił prostopadłych do prędkości, równania ruchu sprowadzają się do

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{a},$$

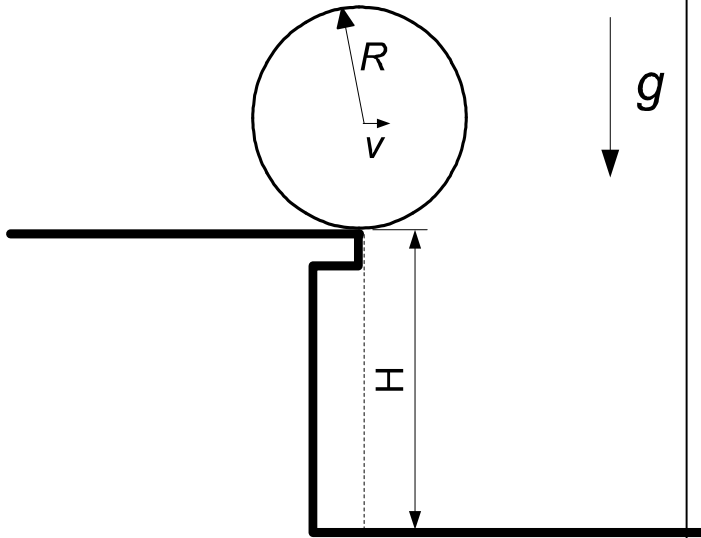
gdzie \vec{a} jest przyspieszeniem.

Zadania 1 i 2 na stronie 2.

Zadanie 2.

Jednorodna rura o cienkiej ściance, promieniu R i masie m leży na krawędzi stołu, znajdującej się na wysokości H (gdzie $H \geq R$) nad podłogą. Oś rury jest stale równoległa do krawędzi stołu. Rurze nadano bardzo małą prędkość, w wyniku czego zaczęła się przechylać i spadła ze stołu.

W jakiej odległości od pionowego rzutu krawędzi na podłogę rura uderzy w podłogę?



Pomiń opór powietrza i opór toczenia. Rura nie ślizga się względem stołu.

Przyspieszenie ziemskie jest równe g .

Zadanie 3.

Wewnątrz zatkniętej szczelnym korkiem próbówki znajduje się n moli H_2O , w tym $n/2$ moli cieczy oraz $n/2$ moli pary (w próbówce nie ma powietrza). Probówka jest umocowana w pozycji pionowej na statywie. Początkowa temperatura wody oraz pary wynosiła T_0 , a ciśnienie w próbówce było równe ciśnieniu zewnętrznemu p_0 . Zawartość kolby podgrzano do temperatury T_1 , przy czym cała ciecz zamieniła się w parę, a korek był przytrzymywany w położeniu początkowym. Następnie

korek puszczono, w wyniku czego wyskoczył on z próbówki pionowo w górę.

a) Na jaką wysokość względem swojego początkowego położenia wznosił się korek?

b) Ile wynosi sprawność η zdefiniowana jako stosunek energii mechanicznej przekazanej korkowi przez parę do ciepła dostarczonego zawartości próbówki?

Masa korka wynosi m , a powierzchnia jego przekroju jest równa S . Od początkowego położenia do opuszczenia kolby korek przebył drogę l . Różnica molowych gęstości energii wewnętrznych (czyli energii wewnętrznych na mol) pary o temperaturze T_0 oraz wody o temperaturze T_0 wynosi q_0 . Różnica molowych gęstości energii wewnętrznych pary o temperaturze T_1 oraz wody o temperaturze T_1 jest różna od q_0 i wynosi q_1 .

Przyjmij następujące założenia:

- para jest gazem doskonałym o molowym cieple właściwym przy stałej objętości C_V ,
- w trakcie rozprężania para pozostawała w stanie równowagi termodynamicznej i nie pobierała (ani nie oddawała) ciepła,
- w trakcie rozprężania do momentu, gdy korek wyskoczył z kolby, nie zachodziła kondensacja pary.

Uwzględnij, że gęstość cieczy jest znacznie większa od gęstości pary oraz pominiń tarcie korka o próbówkę, opór powietrza spowodowany ruchem korka oraz masę H_2O w porównaniu z masą korka.

Podaj wyniki liczbowe dla $T_0 = 373 \text{ K}$, $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$, $T_1 = 473 \text{ K}$, $S = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $l = 0,1 \text{ m}$, $m = 0,02 \text{ kg}$, $n = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mola}$, $q_0 = 38000 \text{ J/mol}$, $q_1 = 31000 \text{ J/mol}$, $C_V = 28 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, uniwersalna stała gazowa $R = 8,3 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rozwiązanie zadania 2.

Rura obraca się wokół krawędzi, potem odrywa od niej i spada swobodnie.

Niech β oznacza kąt, jaki w chwili oderwania tworzy płaszczyzna przechodząca przez krawędź i oś rury z pionem. Z zasady zachowania energii wynika, że prędkość kątowna ω rury w chwili oderwania spełnia związek

$$mgR(1 - \cos \beta) = \frac{1}{2}I\omega^2, \quad (12)$$

gdzie $I = I_0 + mR^2$, a I_0 dla obręczy wynosi mR^2 , czyli $I = 2mR^2$.

W momencie oderwania całe przyspieszenie dośrodkowe w ruchu rury wokół krawędzi pochodzi od siły grawitacji, zatem

$$\omega^2 R = g \cos \beta. \quad (13)$$

Z powyższych dwóch równań możemy wyznaczyć $\cos \beta$ i ω^2

$$\cos \beta = \frac{R}{R + \frac{I}{2mR}} = \frac{1}{2}, \quad (14)$$

$$\omega^2 = g \frac{1}{R + \frac{I}{2mR}} = \frac{g}{2R}. \quad (15)$$

Otrzymana wartość $\cos \beta$ oznacza, że oderwanie rury nastąpi, gdy jej środek masy obniży się o $R/2$, czyli – zgodnie z warunkiem $H \geq R$ – przed uderzeniem o podłogę.

Prędkość środka masy rury w chwili oderwania wynosi

$$v_0 = R\omega = \sqrt{\frac{gR}{2}}, \quad (16)$$

a jej kierunek tworzy z poziomem kąt β . Pozioma odległość, jaką rura przebędzie w rzucie ukośnym jest równa

$$d_1 = v_{0x} \frac{\sqrt{v_{0y}^2 + 2gh} - v_{0y}}{g}, \quad (17)$$

gdzie $v_{0x} = v_0 \cos \beta = v_0/2$, $v_{0y} = v_0 \sin \beta = v_0\sqrt{3}/2$, $h = H + R(\cos \beta - 1) = H - R/2$. Zatem rura uderzy w podłogę w odległości od rzutu krawędzi równej

$$\begin{aligned} d &= v_0 \cos \beta \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta + 2g[H + R(\cos \beta - 1)]} - v_0 \sin \beta}{g} + R \sin \beta \\ &= v_0 \frac{\sqrt{3v_0^2/4 + 2g(H - R/2)} - v_0\sqrt{3}/2}{2g} + R\sqrt{3}/2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{H}{R} - \frac{5}{16}} + \frac{3\sqrt{3}}{4} \right) R. \end{aligned} \quad (18)$$

Punktacja zadania 2.

Zasada zachowania energii w momencie oderwania (wzór (12)) lub związek równoważny – 1 pkt.

Warunek oderwania (wzór (13) lub równoważny) – 2 pkt.

Kąt oderwania w rozpatrywanym przypadku (wzór (14) lub równoważny) – 1 pkt.

Prędkość początkowa w rzucie ukośnym (wzór (16) lub równoważny) – 1 pkt.

Przebyta odległość w rzucie ukośnym (wzór (17) lub równoważny) – 2 pkt.

Wynik końcowy (wzór (18) lub równoważny) – 3 pkt.