

LXI OLIMPIADA FIZYCZNA

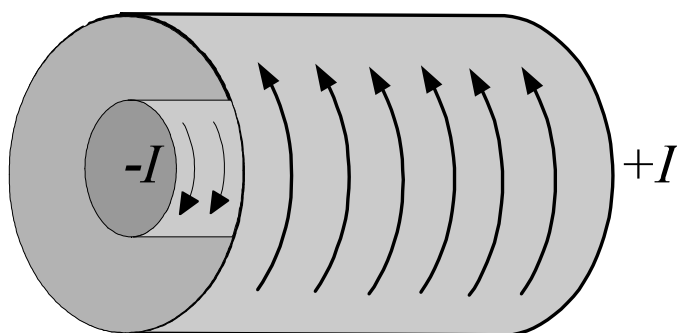
ZAWODY II STOPNIA

CZEŚĆ TEORETYCZNA

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1.

W celu ochrony planowanej stacji kosmicznej przed promieniowaniem kosmicznym postanowiono wytwarzać wokół niej pole magnetyczne przy pomocy dwóch współśrodkowych, cienkich rur o promieniach R_1 i R_2 (gdzie $R_1 < R_2$) i długości L ($L \gg R_2 - R_1$) przez które płyną, prostopadle do tworzących wałców, jednorodne prądy o całkowitym natężeniu odpowiednio $+I$ oraz $-I$ (kierunki prądów są przedstawione na rysunku). Stacja znajduje się wewnątrz rury o promieniu R_1 .



Ile powinna wynosić minimalna wartość I oraz odpowiadająca jej indukcja pola magnetycznego B , aby ten układ chronił stację przed równoległą wiązką protonów o energii kinetycznej E_k ? Wiązka pada pod kątem α do osi rur. Rozważ dwa przypadki (poniżej $m_p c^2$ jest energią spoczynkową protonu):

- nierelatywistyczny ($E_k \ll m_p c^2$),
- ultrarelatywistyczny ($E_k \gg m_p c^2$).

Przyjmij, że materiał, z którego są wykonane rury, nie spowalnia protonów.

Podaj wyniki liczbowe dla $R_1 = 5$ m, $R_2 = 15$ m, $L = 100$ m, $\alpha = \pi/4$ oraz w przypadku a) $E_k = 10^8$ eV, a w przypadku b) $E_k = 0,9 \cdot 10^{10}$ eV. Stałe wynoszą: przenikalność magnetyczna

próżni $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{m}}$, prędkość światła $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ładunek protonu $q = 1e$, ładunek elementarny $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, energia spoczynkowa protonu $m_p c^2 = 0,94 \cdot 10^9$ eV.

Uwaga: w przypadku relatywistycznym całkowita energia (kinetyczna + spoczynkowa) E cząstki o masie (spoczynkowej) m , poruszającej się z prędkością v wynosi

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

oraz obowiązują równania ruchu

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

gdzie \vec{F} jest siłą, a pęd \vec{p} wyraża się wzorem

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

W przypadku sił prostopadłych do prędkości, równania ruchu sprowadzają się do

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{a},$$

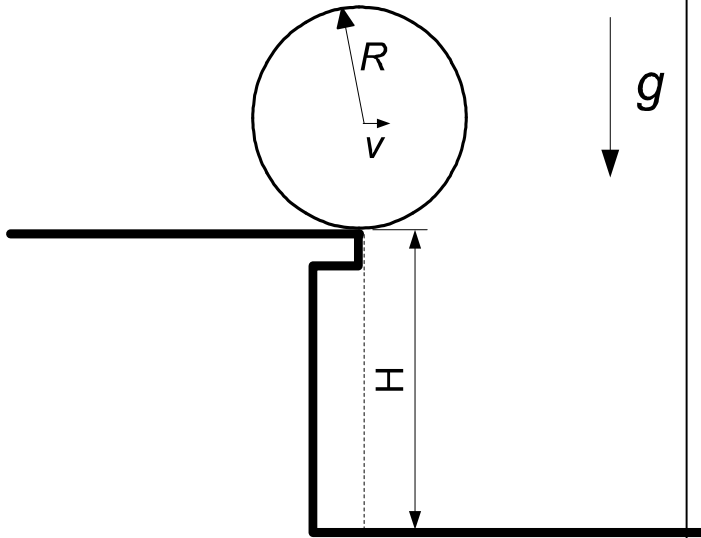
gdzie \vec{a} jest przyspieszeniem.

Zadania 1 i 2 na stronie 2.

Zadanie 2.

Jednorodna rura o cienkiej ściance, promieniu R i masie m leży na krawędzi stołu, znajdującej się na wysokości H (gdzie $H \geq R$) nad podłogą. Oś rury jest stale równoległa do krawędzi stołu. Rurze nadano bardzo małą prędkość, w wyniku czego zaczęła się przechylać i spadła ze stołu.

W jakiej odległości od pionowego rzutu krawędzi na podłogę rura uderzy w podłogę?



Pomiń opór powietrza i opór toczenia. Rura nie ślizga się względem stołu.

Przyspieszenie ziemskie jest równe g .

Zadanie 3.

Wewnątrz zatkniętej szczelnym korkiem probówki znajduje się n moli H_2O , w tym $n/2$ moli cieczy oraz $n/2$ moli pary (w probówce nie ma powietrza). Probówka jest umocowana w pozycji pionowej na statywie. Początkowa temperatura wody oraz pary wynosiła T_0 , a ciśnienie w probówce było równe ciśnieniu zewnętrznemu p_0 . Zawartość kolby podgrzano do temperatury T_1 , przy czym cała ciecz zamieniła się w parę, a korek był przytrzymywany w położeniu początkowym. Następnie

korek puszczono, w wyniku czego wyskoczył on z probówki pionowo w górę.

a) Na jaką wysokość względem swojego początkowego położenia wznosił się korek?

b) Ile wynosi sprawność η zdefiniowana jako stosunek energii mechanicznej przekazanej korkowi przez parę do ciepła dostarczonego zawartości probówki?

Masa korka wynosi m , a powierzchnia jego przekroju jest równa S . Od początkowego położenia do opuszczenia kolby korek przebył drogę l . Różnica molowych gęstości energii wewnętrznych (czyli energii wewnętrznych na mol) pary o temperaturze T_0 oraz wody o temperaturze T_0 wynosi q_0 . Różnica molowych gęstości energii wewnętrznych pary o temperaturze T_1 oraz wody o temperaturze T_1 jest różna od q_0 i wynosi q_1 .

Przyjmij następujące założenia:

- para jest gazem doskonałym o molowym cieple właściwym przy stałej objętości C_V ,
- w trakcie rozprężania para pozostawała w stanie równowagi termodynamicznej i nie pobierała (ani nie oddawała) ciepła,
- w trakcie rozprężania do momentu, gdy korek wyskoczył z kolby, nie zachodziła kondensacja pary.

Uwzględnij, że gęstość cieczy jest znacznie większa od gęstości pary oraz pominięcie tarcie korka o probówkę, opór powietrza spowodowany ruchem korka oraz masę H_2O w porównaniu z masą korka.

Podaj wyniki liczbowe dla $T_0 = 373 \text{ K}$, $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$, $T_1 = 473 \text{ K}$, $S = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $l = 0,1 \text{ m}$, $m = 0,02 \text{ kg}$, $n = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mola}$, $q_0 = 38000 \text{ J/mol}$, $q_1 = 31000 \text{ J/mol}$, $C_V = 28 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, uniwersalna stała gazowa $R = 8,3 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rozwiązanie zadania 3.

a) Początkowa objętość pary wraz z cieczą wynosi

$$V_0 = \frac{n}{2}v_w + \frac{nRT_0}{2p_0} \approx \frac{nRT_0}{2p_0} \quad (19)$$

i taka sama jest objętość pary o temperaturze T_1 . Rozprężanie pary zachodzi adiabatycznie, co oznacza, że zachodzi związek

$$T_1V_0^{R/C_V} = T_2V_2^{R/C_V}, \quad (20)$$

gdzie $V_2 = V_0 + Sl$, a T_2 jest temperaturą pary tuż przed opuszczeniem próbki przez korek.

W trakcie rozprężania para wykonuje pracę, która zgodnie z I zasadą termodynamiki jest równa

$$W = nC_V(T_1 - T_2). \quad (21)$$

Część tej pracy, równa Slp_0 , jest zużywana na pokonanie ciśnienia powietrza, a pozostała część nadaje korkowi prędkość. Zatem

$$mgh = nC_V(T_1 - T_2) - Slp_0, \quad (22)$$

gdzie h jest szukaną wysokością. Stąd

$$h = \frac{nC_V T_1 \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + Sl} \right)^{R/C_V} \right] - Slp_0}{mg} \quad (23)$$

$$= \frac{nC_V T_1 \left[1 - \left(1 + \frac{2p_0 Sl}{nRT_0} \right)^{-R/C_V} \right] - Slp_0}{mg}. \quad (24)$$

b) Ciepło dostarczone do zawartości kolby jest równe zmianie energii wewnętrznej tej zawartości. Ta zmiana energii wewnętrznej jest równa sumie zmiany energii wewnętrznej H_2O przy odparowaniu w stałej temperaturze T_0 oraz różnicy energii pary w temperaturze T_1 i T_0 :

$$Q = nq_0/2 + nC_V(T_1 - T_0). \quad (25)$$

Zauważmy, że podana wielkość q_0 nie jest ciepłem parowania wody w temperaturze T_0 , gdyż ponieważ parowanie w ustalonej temperaturze musi zachodzić przy stałym ciśnieniu, ciepło parowania uwzględnia jeszcze pracę niezbędną do "rozepchnięcia" otoczenia.

Zatem szukana sprawność wynosi

$$\eta = \frac{mgh}{Q} = \frac{nC_V T_1 \left[1 - \left(1 + \frac{2p_0 Sl}{nRT_0} \right)^{-R/C_V} \right] - Slp_0}{nq_0/2 + nC_V(T_1 - T_0)}. \quad (26)$$

Wartości liczbowe wynoszą

$$h \approx 9 \text{ m}, \eta \approx 0,04. \quad (27)$$

Punktacja zadania 3.

Objętość wnętrza zatkanej kolby (wzór (19) lub równoważny) – 1 pkt.

Związek między T_1 , V_0 a T_2 , V_2 (wzór (20) lub równoważny) – 1 pkt.

Praca wykonana przez parę (wzór (21) lub równoważny) – 1 pkt.

Warunek pozwalający wyznaczyć wysokość (wzór (22) lub równoważny) – 1 pkt.

Szukana wysokość (wzór (24) lub równoważny) – 2 pkt.

Ciepło dostarczone do kolby (wzór (25)) – 2 pkt.

Sprawność (wzór (26) lub równoważny) – 1 pkt.

Wartości liczbowe (wzory (27)) – 1 pkt.