



LXV OLIMPIADA FIZYCZNA

(2015/2016)

ZAWODY II STOPNIA

CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Zadanie doświadczalne – D¹

Nazwa – Wyznaczanie współczynnika tarcia tocznego kulki stalowej o gumę oraz momentu bezwładności kulki.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

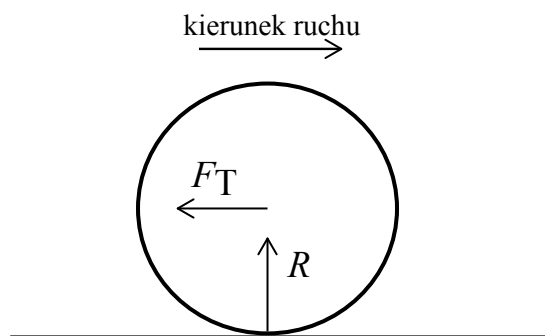
– Mateusz Goryca, sekretarz naukowy ds. zadań doświadczalnych

– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Kula tocząca się bez poślizgu po płaskiej powierzchni doznaje oporu ruchu związanego z tarciem tocznym (patrz Rys. 1). Ilościowo zjawisko to można opisać jako siłę F_T zaczepioną w środku kuli i skierowaną przeciwnie do kierunku jej ruchu, której wartość wynosi:

$$F_T = R \frac{k}{r},$$

gdzie R to siła reakcji podłoża, r to promień kuli a k to współczynnik tarcia tocznego między kulą a podłożem.



Rys. 1. Schemat sił działających na toczącą się kulę

¹Porównaj zadania o podobnej tematyce z olimpiad: XX OF; st. II – zad. teoretyczne T1: Ruch kulki na równi bez poślizgu; XXI OF, st. I – zad. teoretyczne: Prędkość kulki staczającej się z równi pochyłej; XXII OF, st. II – zad. doświadczalne: Wyznaczanie współczynnika tarcia kulki stalowej o szkło; VI Międzynarodowa Olimpiada Fizyczna – zad. T1: Ruch walców staczających się z równi; XXIV OF, st. II – zad. dośw. D2 – dodatkowe: Wyznaczanie współczynnika tarcia posuwistego rurki o równię; XXVII OF, st. I – zad. T1: Ruch kulki z równi pochyłej z uwzględnieniem tarcia potoczystego i posuwistego; XXVII OF, st. III – zad. T2: Opis ruchu kulki po poziomym stole z uwzględnieniem tarcia posuwistego i potoczystego; XXX OF, st. I – zad. T4: Analiza ruchu z równi pochyłej kulki z tarciem tocznym; XXXI OF; st. wstępny – zad. dośw. D1: Wyznaczanie współczynnika statycznego tarcia potoczystego stali o szkło.

Masz do dyspozycji:

- metalową kulkę o sferycznie symetrycznym rozkładzie masy,
- sztywną podłużną deskę pokrytą warstwą gumy,
- kartonowe pudełko,
- kilka kartek papieru milimetrowego,
- kalkę kopiującą,
- plastelinę, taśmę klejącą, nożyczki, papier.

wyznacz:

1. współczynnik tarcia tocznego k między toczącą się kulką a gumą,
2. stosunek $a = I/(mr^2)$, gdzie I to moment bezwładności kulki względem osi przechodzącej przez jej środek, m to masa kulki, a r to jej promień.

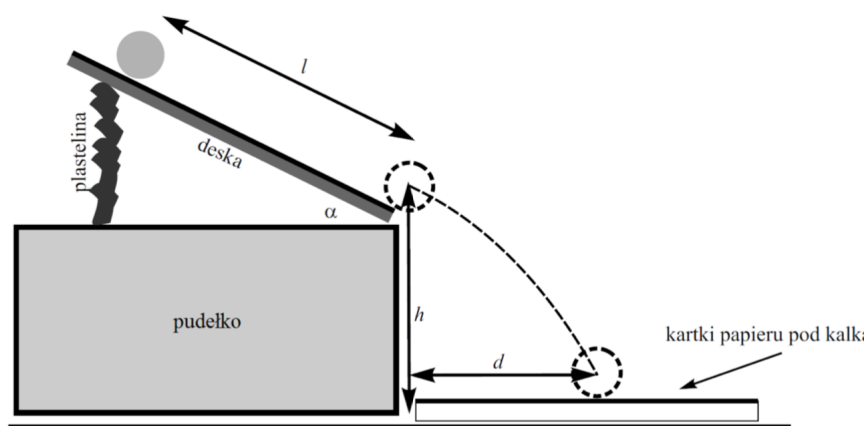
Uwaga:

Zwróć uwagę na to, aby w trakcie wykonywania doświadczenia kulka nie spadła ze stołu.

Rozwiązanie zadania D – LXV OF, II stopień, część doświadczalna

Część teoretyczna

Pomysł na rozwiązanie zadania opiera się na pomiarze prędkości, jaką osiąga kulka, staczając się z równi pochyłej, w zależności od nachylenia tej równi. Schemat układu doświadczalnego umożliwiający przeprowadzenie takiego eksperymentu jest pokazany na Rys. . Prędkość kulki można zmierzyć badając odległość d jaką pokona kulka w rzucie ukośnym po opuszczeniu równi.



Rys. 2. Schemat układu doświadczalnego. Osoba odpowiedzialna za przepisanie zadania była niezdolna do wykonania go na nowo

Jeśli deska stanowiąca równię jest pochyła pod kątem α do poziomu, to przy zaniedbaniu oporów powietrza kulka porusza się po niej z przyspieszeniem a_k danym przez

$$a_k = g \frac{\sin \alpha - \frac{k}{r} \cos \alpha}{1 + \frac{I}{mr^2}} = \frac{g}{1 + \frac{I}{mr^2}} \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{k}{r} \right) \cos \alpha. \quad (1)$$

W związku z tym na końcu równi (po przebyciu odległości l) prędkość kulki wynosi:

$$v = \sqrt{2a_k l}. \quad (2)$$

Kulki po opuszczeniu równi możemy rozpatrywać jako rzut ukośny z wysokości h , z prędkością początkową v skierowaną pod kątem α po poziom. Jeśli przez t oznaczymy czas, jaki upływa od momentu opuszczenia równi przez kulkę do uderzenia kulki o podłoże, to mamy:

$$h = vt \sin \alpha + \frac{gt^2}{2}, \quad (3)$$

$$d = vt \cos \alpha. \quad (4)$$

Zatem:

$$h = v \sin \alpha \frac{d}{v \cos \alpha} + \frac{g \left(\frac{d}{v \cos \alpha} \right)^2}{2} = d \operatorname{tg} \alpha + \frac{gd^2}{2v^2 \cos^2 \alpha} \quad (5)$$

a stąd otrzymujemy:

$$v^2 = \frac{gd^2}{2 \cos^2 \alpha} \frac{1}{(h - d \operatorname{tg} \alpha)} \quad (6)$$

Mając wyznaczoną wartość v^2 i korzystając z równań (1) i (2) możemy zapisać:

$$\frac{v^2}{2gl \cos \alpha} = \frac{1}{1 + \frac{I}{mr^2}} \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{k}{r} \right) \quad (7)$$

Widzimy stąd, że wyznaczając prędkość v (mierząc d i korzystając z równania (6)) dla różnych kątów α oraz wykreślając zależność lewej strony równania (7) od $\operatorname{tg} \alpha$, powinniśmy otrzymać prostą postaci $y = p(x - q)$, gdzie $y = v^2 / (2g \cos \alpha)$, $x = \operatorname{tg} \alpha$, $p = 1 / \left(1 + \frac{I}{mr^2} \right)$, a $q = k/r$. Wyznaczając parametry p i q tej prostej, możemy wyznaczyć szukane wielkości na podstawie zależności:

$$\frac{I}{mr^2} = \frac{1}{p} - 1 \quad (8)$$

$$k = q \cdot r \quad (9)$$

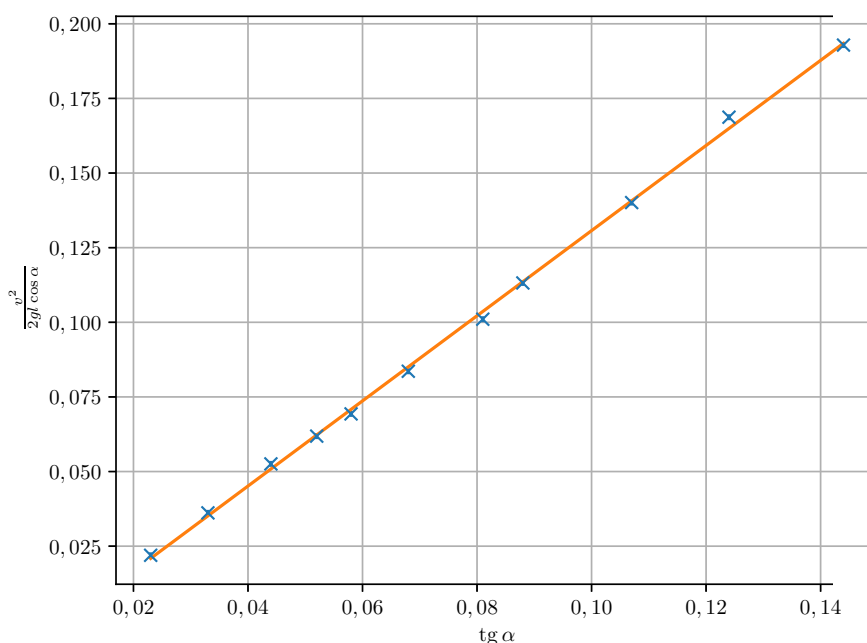
Część doświadczalna

W celu wykonania doświadczenia zestawiono układ doświadczalny przedstawiony na rys. 2. Deskę pokrytą gumą ustawiono w kartonowym pudełku, jeden jej koniec podpierając kawałkiem plasteliny. W miejscu, w którym kulka uderzała w powierzchnię stołu, umieszczono arkusz papieru milimetrowego pokryty kalką. Dzięki temu upadająca kulka zostawiała ślad pozwalający z dużą dokładnością określić miejsce upadku. Wielkości l , h , d oraz różnicę wysokości końców deski (potrzebną do wyznaczenia $\operatorname{tg} \alpha$) mierzono za pomocą papieru milimetrowego. Promień kulki r wyznaczono mierząc jej obwód przez owinięcie jej paskiem papieru milimetrowego i dzieląc otrzymany wynik przez 2π .

Tabela 1. Wyniki pomiaru odległości dla różnych wartości $\operatorname{tg} \alpha$: średnia wartość d_{sr} z pięciu pomiarów, różnica pomiędzy wartością maksymalną (d_{max}) i minimalną (d_{min}), będąca oszacowaniem niepewności wartości d_{sr} oraz wyznaczona na jej podstawie wartość v^2

$\operatorname{tg} \alpha$ (bez jednostki)	d_{sr} mm	$d_{\text{max}} - d_{\text{min}}$ mm	v^2 m^2/s^2
0,023	63,2	4	0,071
0,033	80,9	4	0,117
0,044	97,2	2	0,170
0,052	105,4	2	0,200
0,058	111,0	2	0,224
0,068	121,8	1	0,270
0,081	132,4	1	0,326
0,088	139,4	1	0,365
0,107	153,3	1	0,451
0,124	166,4	2	0,542
0,144	175,4	1	0,618

Na ich podstawie wykreślono zależność wartości lewej strony równania (7) od wartości $\operatorname{tg} \alpha$:



Rys. 3. Zależność wartości lewej strony równania (7) od wartości $\operatorname{tg} \alpha$, wraz z dopasowaną prostą

Otrzymane punkty pomiarowe układają się na prostej, która nie przechodzi przez punkt $(0,0)$, co jest spowodowane występowaniem tarcia tocznego. Dopasowując odpowiednią prostą do tych punktów wyznaczono wartości parametrów prostej: $p = 0,706(26)$ i $q = 0,0072(26)$, a

stąd szukane wartości:

$$\frac{I}{mr^2} = 0,41 \pm 0,05$$

$$k = (9,7 \pm 3,5) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Fakt, że otrzymane punkty pomiarowe układają się na prostej potwierdza, że przyjęte na początku rozwiązanie założenie o nieistotności oporu powietrza było właściwe. Gdyby opór powietrza nie był zaniedbywalny, to największy wpływ na ruch miałby on wtedy, gdy prędkości osiągane przez kulkę są największe. Zatem dla największych wartości $\text{tg } \alpha$ otrzymywane punkty pomiarowe byłyby odchylone w dół w stosunku do zależności liniowej. Podczas zawodów uczestnicy dysponowali jednorodnymi kulkami stalowymi o średnicy ok. 13,49 mm. Dla takich kulek $I/(mr^2) = 2/5$, co jest zgodne z otrzymanym wynikiem $0,41 \pm 5$.

Punktacja

1. Pomysł na pomiar umożliwiający wyznaczenie szukanych wielkości 4 pkt.
2. Wzór na przyspieszenie kulki a_k w ruchu po równi ((1) lub równoważny) 3 pkt.
3. Związek między prędkością v na końcu równi a odległością d (wzór (6) lub równoważny) 2 pkt.
4. Wzór (7) lub równoważny 1 pkt.
5. Zestawienie i opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia 2 pkt.
6. Wykonanie serii pomiarów dla co najmniej 4 różnych wartości kąta α 4 pkt.
7. Wyznaczenie wielkości $I/(mr^2)$ oraz k na podstawie prostej 3 pkt.
8. Wyniki liczbowe i dyskusja ich niepewności 1 pkt.