

LXV OLIMPIADA FIZYCZNA

ZAWODY III STOPNIA

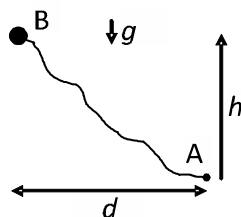
CZEŚĆ TEORETYCZNA

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1.

Mały ciężarek o masie m jest przymocowany do końca lekkiej, wiotkiej nici, której drugi koniec jest zamocowany nieruchomo w punkcie A. Długość swobodna nici wynosi l , jej maksymalne względne wydłużenie wynosi p , gdzie $p \ll 1$, a maksymalna siła napięcia (wytrzymałość) jest równa F_{\max} . W całym zakresie wydłużeń spełniona jest proporcjonalność wydłużenia do siły (prawo Hooke'a).

Niech B będzie punktem, którego odległość od punktu A nie przekracza długości nienapiętej nici, a położenie w pionie względem punktu A wynosi h , przy czym $h > 0$ oznacza położenie powyżej punktu A. Odległość w poziomie między punktami A i B jest równa d .



Rys. do zad. 1: ciężarek na nitce

Ciężarek został upuszczony z punktu B. Droga przebyta przez ciężarek w czasie swobodnego spadku była znacznie większa od drogi przebytej podczas napinania nici. Nici zerwała się przy pierwszym rozciągnięciu.

Podaj warunek, jaki musiały spełniać parametry m , p , F_{\max} , d , l oraz przyspieszenie grawitacyjne g , aby opisane zdarzenie było możliwe, oraz – dla ustalonych wartości tych parametrów – minimalną wartość h_{\min} wysokości, z jakiej upuszczono ciężarek.

Opór powietrza należy pominąć.

Zadanie 2.

Źródło dźwięku harmonicznego porusza się ruchem jednostajnym po okręgu o promieniu R z prędkością mniejszą od prędkości v_d dźwięku w ośrodku, ale porównywalną z nią. Częstotliwość dźwięku jest znacznie większa od częstotliwości krążenia źródła. Nieruchomy mikrofon znajduje się w odległości większej niż R od środka okręgu, po którym porusza się źródło, w płaszczyźnie tego okręgu. W chwili $t = 0$ odebrano dźwięk o największej częstotliwości, a najbliższy następujący po nim dźwięk o najmniejszej częstotliwości odebrano w chwili $t = \Delta t$. Średnia arytmetyczna najwyższej i najniższej częstotliwości dźwięku odbieranego przez mikrofon wynosi f_a . Średnia częstotliwość odbieranego dźwięku, określona jako pole pod wykresem zależności tej częstotliwości od czasu podzielone przez czas, w przedziale od $t = 0$ do $t = \Delta t$ wynosi f_b .

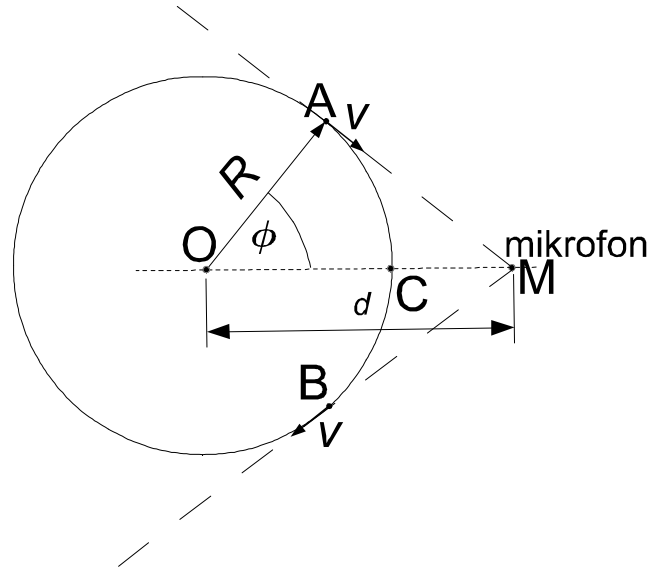
Wyznacz chwilę, w której odbierana częstotliwość będzie równa dokładnie f_b . Rozważ tylko chwile z przedziału od $t = 0$ do $t = \Delta t$.

Podaj wartości liczbowe częstotliwości wysyłanego dźwięku, prędkości źródła, oraz poszukiwanej chwili dla $f_a = 11 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, $f_b = 9 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, $R = 100 \text{ m}$, $v_d = 340 \text{ m/s}$, $\Delta t = 1 \text{ s}$.

Zadanie 3 na następnej stronie.

Rozwiązanie zadania 2.

Największa odbierana przez mikrofon częstotliwość f_{\max} jest związana z dźwiękiem wysłanym, gdy źródło dźwięku zbliżało się do mikrofonu z największą możliwą prędkością, tzn. poruszało się dokładnie w kierunku mikrofonu (punkt A na rysunku). Podobnie najmniejsza odbierana przez mikrofon częstotliwość f_{\min} jest związana z dźwiękiem wysłanym, gdy źródło dźwięku oddalało się od mikrofonu z największą możliwą prędkością, tzn. poruszało się dokładnie w kierunku przeciwnym do mikrofonu (punkt B na rysunku)



Rys. do rozwiązania zad 2. Punkt O to środek okręgu, po którym porusza się źródło, punkt M to położenie mikrofonu. Opis punktów A, B, C – patrz rozwiązanie.

Ze wzorów na efekt Dopplera dla poruszającego się źródła otrzymamy

$$f_{\max} = \frac{f}{1 - \frac{v}{v_d}}, \quad f_{\min} = \frac{f}{1 + \frac{v}{v_d}}, \quad f_a = \frac{f_{\max} + f_{\min}}{2} = \frac{f}{1 - \left(\frac{v}{v_d}\right)^2}, \quad (9)$$

gdzie f jest częstotliwością źródła, a v prędkością ruchu źródła po okręgu.

Zauważmy, że pole pod wykresem zależności częstotliwości od czasu, w przedziale czasu od $t = 0$ do $t = \Delta t$ jest równe liczbie grzbietów fali odebranych w tym przedziale czasu. A ta liczba odebranych grzbietów jest równa liczbie grzbietów wysłanych od chwili, gdy źródło znajdowało się w punkcie A, do chwili, gdy źródło znajdowało się w punkcie B. Ponieważ odległość AM jest równa odległości BM, źródło przemieściło się od A do B w czasie Δt , wysyłając przy tym $\Delta t \cdot f$ grzbietów fal. Biorąc pod uwagę definicję f_b , oznacza to, że

$$f_b = f. \quad (10)$$

Uwzględniając wzór na f_a otrzymamy

$$v = v_d \sqrt{1 - \frac{f_b}{f_a}}. \quad (11)$$

Przestawiony na rysunku kąt ϕ jest równy

$$\phi = \frac{v \Delta t}{2R}, \quad (12)$$

natomiast z zależności trygonometrycznych odległość d mikrofonu od środka okręgu jest dana wzorem

$$d = \frac{R}{\cos \phi}. \quad (13)$$

Częstotliwość odbieranego dźwięku jest równa f_b (a więc również f) jeżeli ten dźwięk był wysłany w chwili, gdy źródło poruszało się prostopadle do kierunku w stronę mikrofonu, tzn. znajdowało się w punkcie najbliższym mikrofonu (punkt C na rysunku). Uwzględniając zmianę odległości od mikrofonu otrzymamy, że szukana chwila czasu t_x jest dana wzorem

$$\begin{aligned}
 t_x &= \frac{\Delta t}{2} + \frac{d - R - R \operatorname{tg} \phi}{v_d} \\
 &= \frac{\Delta t}{2} + \left[\frac{1}{\cos \left(\frac{v_d \Delta t}{2R} \sqrt{1 - \frac{f_b}{f_a}} \right)} - 1 - \operatorname{tg} \left(\frac{v_d \Delta t}{2R} \sqrt{1 - \frac{f_b}{f_a}} \right) \right] \frac{R}{v_d}.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Podstawiając dane liczbowe otrzymamy

$$f = 9 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}, v = 145 \text{ m/s}, t_x = 0,3 \text{ s}. \tag{15}$$

Punktacja zadania 2

Określenie miejsc na okręgu, z których wysłano dźwięki odebrane jako te o najniższej i najwyższej częstotliwości oraz wzory na f_{\min} i f_{\max} (wzory (9)) – 2 pkt.

Stwierdzenie i uzasadnienie faktu, że $f = f_b - 1$ pkt.

Prędkość ruchu źródła po okręgu (wzór (11)) – 1 pkt.

Połowa kąta między położeniami odpowiadającym najwyższemu i najniższemu dźwiękowi (wzór (12)) – 1 pkt.

Odległość mikrofonu od środka okręgu (wzór (13)) – 1 pkt.

Ustalenie położenia źródła (punkt C na rysunku) odpowiadającego odebranemu dźwiękowi o częstotliwości $f = f_b - 1$ pkt.

Szukana chwila (wzór (14)) – 2 pkt.

Wartości liczbowe (wzory (15)) – 1 pkt.