



LXVII OLIMPIADA FIZYCZNA

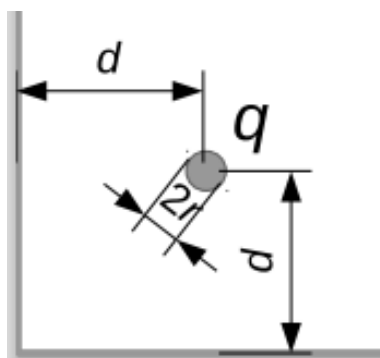
ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Nazwa zadania	Wyznaczanie siły naładowanej kulki.
Rok	2017/2018
Źródło	Komitet Główny Olimpiady Fizycznej; Andrzej Wysmołek, sekretarz naukowy ds. zad. dośw. KGOF, IFD UW; W. Ungier, A. Wysmołek: Fizyka w Szkole nr 5, 1998; T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Zadanie T - LXVII OF, I stopień.

Metalową kulkę o promieniu r umieszczono w narożniku między dwiema nieskończonymi metalowymi i uziemionymi płytami, stykającymi się krawędziami – patrz rysunek. Kąt między płytami wynosi 90° , a odległość kulki od każdej z płyt jest równa d , przy czym $d \gg r$. Kulka jest naładowana takim ładunkiem, że napięcie między kulką a płytami wynosi U .



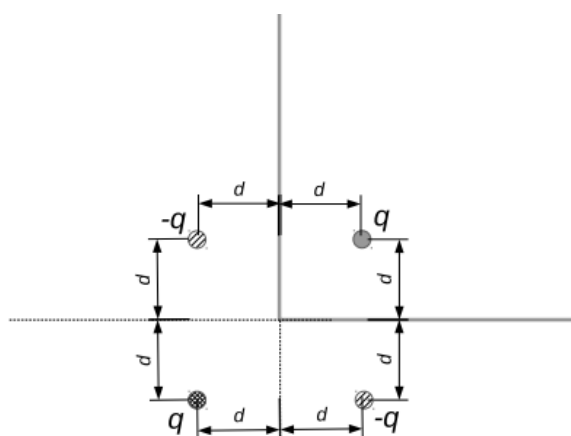
Wyznacz siłę działającą na kulkę.

Wskazówka 1: Gdy w odległości d od pojedynczej, nieskończonej, uziemionej płyty metalowej znajduje się ładunek punktowy q , to na tej płycie indukuje się ładunek elektryczny. W półprzestrzeni w której znajduje się ładunek q , pole elektryczne wyindukowanego ładunku jest takie, jakby pochodziło od punkowego ładunku $-q$ położonego symetrycznie do ładunku q względem płyty (jest to tzw. „ładunek obrazowy”), gdyż tylko w takiej sytuacji potencjał płyty jest równy 0.

Wskazówka 2: patrz logo Olimpiady Fizycznej.

Rozwiązanie zadania T - LXVII OF, I stopień.

Przyjmijmy, że ładunek kulki wynosi q . Zauważmy, że w odległościach od niej znacznie większych niż r pole elektryczne wytwarzane przez nią jest w przybliżeniu takie jak pole ładunku punktowego. Wektor natężenia pola elektrycznego w każdym punkcie pomiędzy płytami jest sumą wektorów natężenia pola elektrycznego pochodzącego od metalowej kulki oraz pola pochodzącego od ładunku wyindukowanego na płytach. Rozkład tego wyindukowanego ładunku jest taki, aby potencjał pola elektrycznego w miejscu, gdzie znajdują się płyty, był równy zero. Pole, którego potencjał spełnia ten warunek, można uzyskać dodając do pola pochodzącego od kulki pole pochodzące od ładunków „obrazowych” (dwóch $-q$ i jednego $+q$) znajdujących się w miejscach otrzymanych przez odbicie położenia kulki względem płaszczyzn, w których leżą płyty – patrz rysunek. To, że potencjał takiego rozkładu ładunków jest równy zero w miejscu, gdzie znajdują się płyty, wynika z tego, że tam wkłady od ładunków dodatnich znoszą się z wkładami od ładunków ujemnych.



Rysunek do
rozwiązania
zadania T2.

Warto podkreślić, że ładunki obrazowe muszą się znajdować poza rozważanym rzeczywistym obszarem, a przedstawiony na rysunku rozkład ładunków obrazowych, odpowiada temu, jakie jest pole elektryczne w prawej górnej ćwiartce na rysunku. Siła działająca na kulkę jest równa sile przyciągania kulki przez ładunki obrazowe. Jest ona skierowana do krawędzi łączącej płyty i prostopadła do niej, a jej wartość wynosi

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2d)^2} \cos 45^\circ - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2\sqrt{2}d)^2} \cos 0^\circ + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2d)^2} \cos 45^\circ = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \frac{2\sqrt{2}-1}{8}, \quad (1)$$

gdzie ϵ_0 jest przenikalnością elektryczną próżni, $2d$ – odległością kulki od ładunku obrazowego powstałego przez odbicie względem płaszczyzny jednej z płyt, a $2\sqrt{2}d$ – odległością kulki od ładunku obrazowego otrzymanego przez podwójne odbicie względem różnych płaszczyzn. Pozostaje wyznaczyć ładunek q kulki. Ponieważ $d \gg r$, możemy pominąć wpływ pola elektrycznego ładunków obrazowych na rozkład ładunku na kulce i przyjąć, że jest on równomierny. Potencjał elektryczny sferycznie symetrycznego rozkładu ładunku jest taki, jak potencjał ładunku

punktowego. W odległości R od środka wynosi on

$$V(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (2)$$

Zatem, uwzględniając, że odległość płyty od kulki jest znacznie większa od jej promienia, stwierdzamy że napięcie między kulką a płytą wynosi

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3)$$

Stąd

$$q = 4\pi\epsilon_0 r U. \quad (4)$$

Ostatecznie otrzymujemy, że siła działająca na kulkę jest równa

$$F = \frac{\pi\epsilon_0 r^2 U^2}{d^2} \frac{2\sqrt{2} - 1}{2}. \quad (5)$$

Punktacja

Właściwe ustalenie położenia i wartości ładunków obrazowych 4pkt.

Siła działająca na kulkę przy założeniu, że jej ładunek wynosi q (wzór (1) lub równoważny) (nawet przy przyjęciu błędnego rozkładu ładunków obrazowych). 2pkt

Związek między ładunkiem kulki a napięciem między kulką a płytami (wzór (3) lub równoważny (nawet, jeśli rozkład ładunków obrazowych jest błędny)). 2pkt

Wynik końcowy (wzór (5)) 2pkt.