



VII OLIMPIADA FIZYCZNA
(1957/1958)
ZAWODY III STOPNIA
CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Zadanie doświadczalne – D

Nazwa – Badanie układu z neonówką¹.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

- Kazimierz Rosiński *Fizyka w Szkole nr 5*, 1958
- Stefan Czarnecki *Olimpiady fizyczna VII – VIII*, PZWS, Warszawa 1964
- T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

1. Wyznacz napięcie zapłonu i napięcie gaśnięcia neonówki¹, posługując się źródłem prądu stałego, potencjometrem² i woltomierzem, (jest to pomiar orientacyjny). Który z tych dwóch pomiarów jest dokładniejszy?
2. Zestaw układ, w którym kondensator o znanej pojemności C ładuje się ze źródła prądu stałego przez szeregowo włączony opór R , a osiągnąwszy odpowiednie napięcie samoczynnie rozładowuje się przez neonówkę.

Napięcie źródła powinno być większe od napięcia zapłonu neonówki (zjawisko rozładowania zachodzi periodycznie, a cały proces nosi nazwę drgań relaksacyjnych).

- a) Zbadaj okres błysków neonówki w zależności od pojemności C i wykreśl odpowiednią krzywą.
- b) Zbadaj okres drgań relaksacyjnych w funkcji oporu R i wykreśl odpowiednią krzywą.
- c) Opierając się na wynikach poprzednich pomiarów, wyznacz nieznaną pojemność C_x i nieznaną opór R_x .
- d) Zanalizuj jakościowo zaobserwowane zależności. Wyjaśnij, dlaczego czas upływający od chwili zamknięcia obwodu ładowania kondensatora do pierwszego błysku neonówki jest dłuższy, niż okres drgań relaksacyjnych.

Jak przypuszczalnie zmienia się napięcie w czasie drgań relaksacyjnych?

Naszkiej odpowiednią krzywą.

Uwaga praktyczna:

¹Zjawisko drgań relaksacyjnych ma swój analog mechaniczny dla *oscylacji wodnych* – patrz np. zadanie doświadczalne III stopnia z IX Olimpiady Fizycznej – Badanie wpływu wody z lewara i butelki Mariotte'a.

²Potencjometrem nazywamy opornik z przesuwalnym trzecim kontaktem.

Jeżeli kondensatory o pojemnościach C_1, C_2, \dots, C_n połączymy równolegle, to łączna pojemność C takiego układu jest dana wzorem

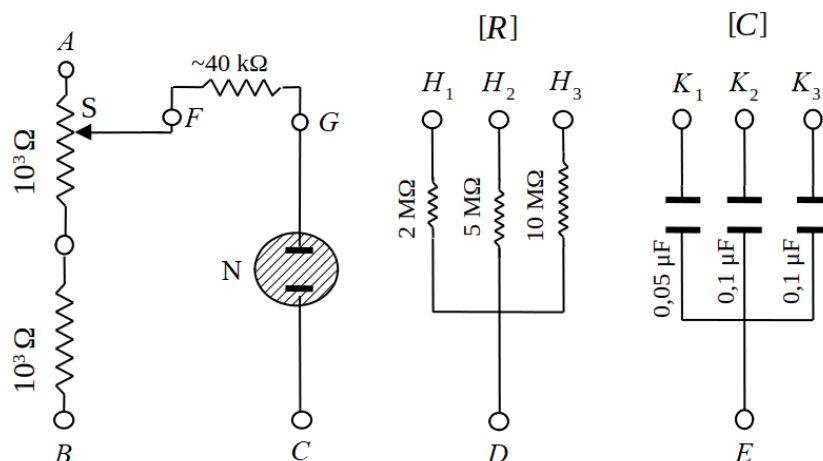
$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

W przypadku łączenia szeregowego mamy wzór

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

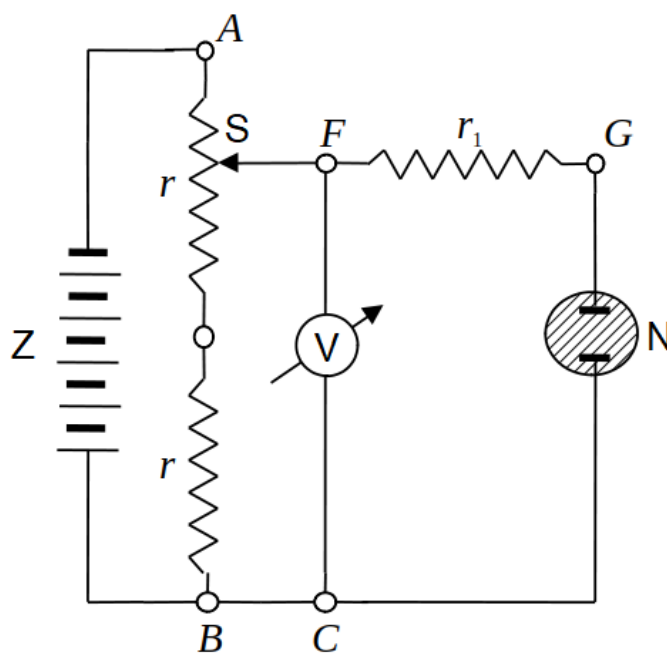
Rozwiązanie zadania D – VII OF, III stopień, część doświadczalna

Uczniowie otrzymali gotowe zestawy zmontowane na odpowiednich drewnianych podstawkach, a złożone z potrzebnych elementów. Zestawy te były zaopatrzone w szereg gniazdek i przez łączenie ich odcinkami przewodów z wtyczkami uczeń mógł uzyskać wszelkie układy pomiarowe, potrzebne do rozwiązania zadania. Taki zestaw przedstawia schematycznie rys. 1.



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego.

W celu zbadania napięć zapłonu i gaśnięcia neonówki należało zewrzeć na krótko gniazdko B i C, między C i F włączyć woltomierz i wreszcie przyłączyć źródło napięcia do gniazdek A i B. W ten sposób otrzymuje się układ połączeń, jaki przedstawia schemat na rys. 2.



Rys. 2. Schemat układu połączeń.

Literą N oznaczyliśmy neonówkę. Między gniazdkami A i B panuje stałe napięcie, jakiego dostarcza źródło Z . Ponieważ zaś przy stałym natężeniu prądu I^3 spadek napięcia jest proporcjonalny do oporu:

$$\Delta U = I \cdot \Delta r.$$

Zatem, przesuając ślizgacz S potencjometru P możemy regulować praktycznie w ciągły sposób potencjał w gniazdku F . Istotnie, przesuując S zaobserwujemy zmiany wskazań woltomierza, będzie on wskazywał napięcia w granicach od $U/2$ do U (woltomierze, jakie otrzymali zawodnicy, posiadały zakresy pomiarowe od 0 do 150 V).

Podnosząc stopniowo napięcie w sposób opisany wyżej, stwierdzamy, że przy pewnym określonym napięciu neonówka się zapala. Równocześnie z zapaleniem się neonówki występuje nieznaczny spadek wskazania woltomierza. Związane jest to z tym, że przy zapaleniu się neonówki zaczyna przez nią płynąć prąd, wzrasta nieco natężenie prądu w między gniazdkami A i S uzwojenia oporowego potencjometru, a to z kolei pociąga za sobą lekki wzrost spadku napięcia. Za napięcie zapłonu U_z neonówki uznamy wartość napięcia, jaką wskazuje woltomierz tuż przed jej zapaleniem się. Pomiar przeprowadzamy kilkakrotnie i obliczamy średnią.

W celu dokonania pomiaru napięcia gaśnięcia musimy obniżyć napięcie począwszy od U , a więc w czasie palenia się neonówki, i obserwować wskazanie woltomierza w momencie tuż przed zgaśnięciem neonówki (w podobny sposób i z tych samych przyczyn co poprzednio w momencie gaśnięcia wskazanie woltomierza nieznacznie wzrosło). Za wartość napięcia gaśnięcia przyjąć należy, podobnie jak poprzednio, średnią kilku pomiarów.

Jednakże przy pomiarze napięcia gaśnięcia popełniamy błąd systematyczny. W poprzednim pomiarze potencjały w gniazdkach F i G były równe. Wskazanie woltomierza dawało bezpośrednio napięcie przyłożone do neonówki. Obecnie pomiaru dokonujemy w czasie świecenia się neonówki, a więc wtedy, gdy przez neonówkę i opór r' płynie pewien prąd o natężeniu i . Na oporze r' następuje spadek napięcia $\Delta U = ir'$. Prawdziwe napięcie gaśnięcia neonówki jest zatem nieco niższe:

$$U_z = U_w - Ir',$$

gdzie U_w oznacza wartość wskazaną przez woltomierz. Błąd ten dałoby się wyeliminować, gdyby uczniowie mieli do dyspozycji jeszcze miliamperomierz o niskim oporze. Pomiar natężenia i pozwoliłby obliczyć poprawkę ΔU .

Mogłoby się Czytelnikowi zdawać, że najlepiej byłoby usunąć opór r' i pomiar U_g byłby od razu dokładny. Nie wolno jednak tego zrobić ze względu na bezpieczeństwo neonówki. Opór neonówki w chwili zapłonu nagle gwałtownie maleje, wskutek czego natężenie prądu przez nią płynącego, w nieobecności oporu r' (opór zabezpieczający), wzrosłoby powyżej dopuszczalnej wartości i neonówka uległaby zniszczeniu.

Oto wyniki otrzymane przez jednego z zawodników⁴:

³Natężenie prądu płynącego w gałęzi między gniazdkami A i B możemy uważać za stałe, ponieważ jej opór $2r \approx 2k\Omega$ jest stały. Prądy płynące przez woltomierz oraz przez gałąź z oporem r' i neonówkę możemy pominąć ze względu na bardzo znaczne opory tych gałęzi i obwodu.

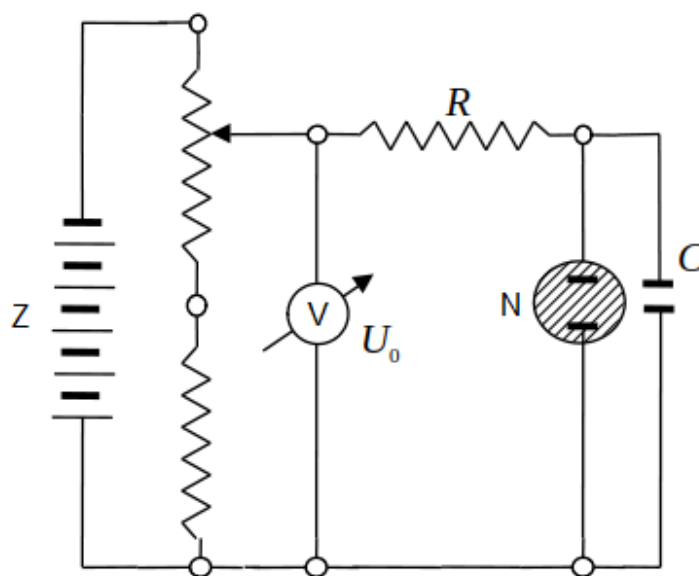
⁴W rzeczywistości, ze względów omówionych wyżej, U_g jest o około 10 V wyższe.

Tabela 1. Wyniki pomiaru napięcia zapłonu i gaśnięcia neonówki.

Pomiar	1	2	3	4	średnia
U_z , V	96	97	96	97	96,5
U_g , V	81	80	79	80	80,0

Przechodzimy obecnie na badania drgań relaksacyjnych.

- a) Dla znalezienia zależności okresu od oporu $T = f(R)$ przekształcimy obwód w sposób następujący. Zwieramy gniazdka B , C i E (rys. 1), gniazdko G łączymy z jednym z gniazdek K . Dalej – usuwamy opór zabezpieczający r' i między G i F włączamy rozmaite opory R (rys. 3). Istnieje możliwość uzyskania różnych oporów R przez dołączanie do gniazdek C i F np. DH_1 , DH_2 , DH_3 , H_1H_2 , H_1H_3 , H_2H_3 (łączenie pojedynczych lub trzech kombinacji po dwa opory szeregowo) lub np. D oraz H_1 i H_2 zwarte (opory łączone równolegle) itp. Po ustaleniu napięcia U_0 za pomocą potencjometru, tak by było ono znacznie większe od napięcia zapłonu, stwierdzimy periodyczne błyskanie neonówki. Liczymy ilość błysków w ciągu określonego czasu (czas mierzymy stoperem), np. w czasie 1 minuty, i obliczamy okres T . (Po ustaleniu napięcia U_0 nie zmieniamy go już do końca pomiarów).

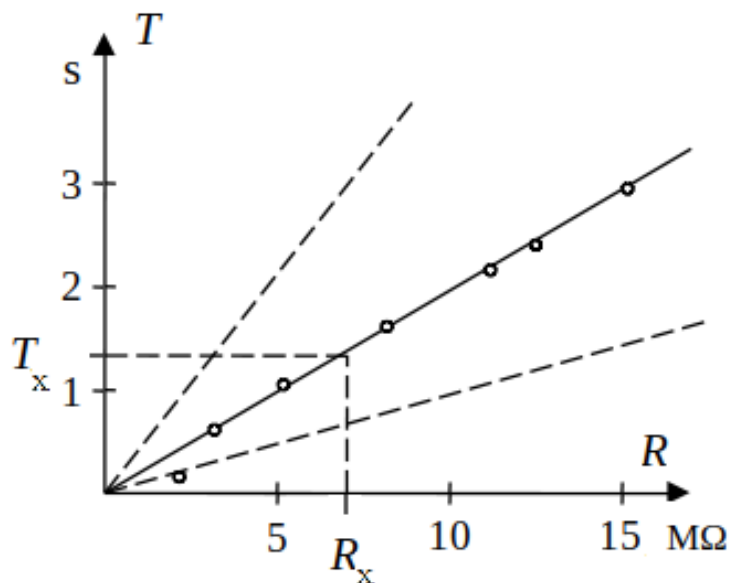
Rys. 3. Włączanie oporów R .

Mierząc okres drgań T przy różnych wartościach R i $C = const.$ stwierdzimy, że okres jest proporcjonalny do R , czyli funkcja $T = f(R)$ jest funkcją liniową. Tabela i rys. 4 przedstawiają wyniki otrzymane za pomocą jednego z zestawów.

Tabela 2. Wyniki pomiaru okresu drgań i przy różnych wartościach R .

R , M Ω	2,00	3,33	5,00	7,00	10,00	12,00	15,00
T , s	0,15	0,52	0,81	1,10	1,62	1,96	2,40

Wyniki te odnoszą się do $C = 0,1 \mu\text{F}$. Przy innych wartościach C linia prosta wyrażająca graficznie funkcję $T = f(R)$ będzie miała inne nachylenie (linie przerywane)⁵.



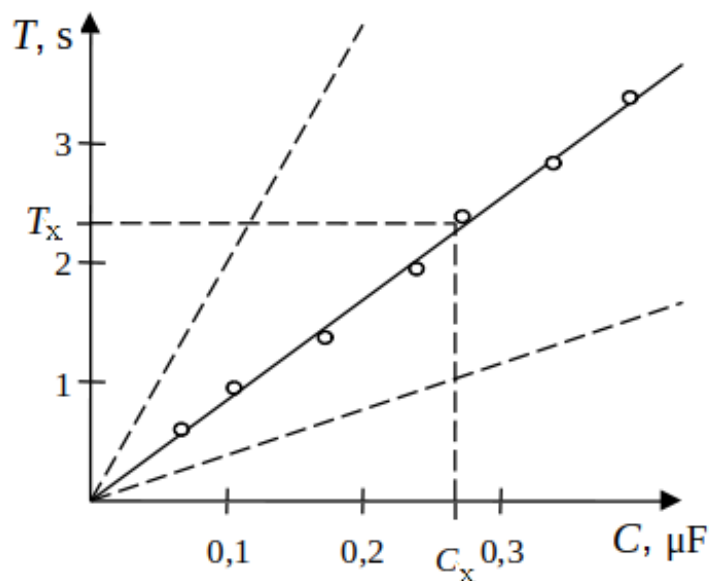
Rys. 4. Wyniki otrzymane za pomocą jednego z zestawów.

- b) Zupełnie podobnie postępujemy przy szukaniu przebiegu funkcji $T = f'(C)$. Tak zestawiamy układ połączeń, by przy stałym R można było włączać różne pojemności uzyskiwane przez różne kombinacje kondensatorów. Tabela 3 i rys. 5 prezentują wyniki uzyskane za pomocą tego samego co poprzednio, przy użyciu stałego oporu $R = 5 \text{ M}\Omega$.

Tabela 3. Wyniki pomiaru okresu drgań i przy różnych wartościach C .

$C, \mu\text{F}$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
T, s	0,41	0,81	1,19	1,68	2,05	2,40	2,94

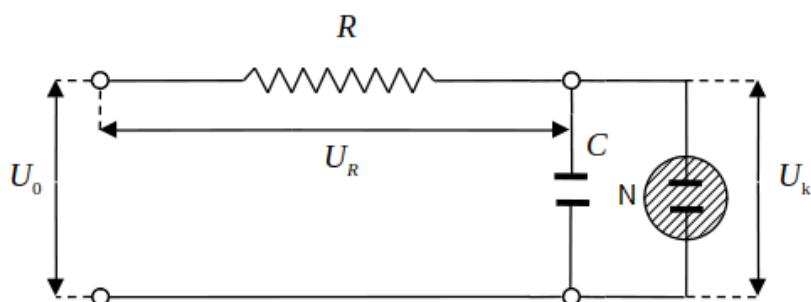
⁵Mówimy, że funkcja $T = f(R)$ przedstawia pęk lub inaczej rodzinę prostych w zależności od parametru C .



Rys. 5. Wyniki otrzymane przy użyciu stałego oporu $R = 5 \text{ M}\Omega$.

Jak widzimy, charakter zależności T od C jest również liniowy, a nachylenie prostej zależy tym razem od parametru R .

- c) Mając graficzne przedstawienia obu funkcji $T = f(R)$ i $T = f'(C)$ możemy już łatwo znaleźć wartości nieznanego oporu R_x i nieznannej pojemności C_x . W celu znalezienia R_x wstawiamy ten opór na to miejsce, gdzie przedtem były znane opory R (układ z punktu a), i mierzymy okres drgań T_x . Korzystając z wykresu na rys. 4 odczytujemy wartość R_x (okres wyniósł $T_x \approx 1,1 \text{ s}$, zatem $R_x \approx 6,5 \text{ M}\Omega$). W podobny sposób, korzystając z układu omówionego w punkcie b), znajdujemy okres T_x przy nieznannej pojemności C_x i wartość C_x odczytujemy z rys. 5 ($T_x \approx 2,02 \text{ s}$, więc $C_x \approx 0,24 \text{ }\mu\text{F}$).
- d) Rozpocznijmy od narysowania uproszczonego schematu połączeń, który weźmiemy za podstawę naszych rozważań (rys. 6).



Rys. 6. Uproszczony schemat połączeń.

Założmy, że w chwili początkowej po przyłożeniu napięcia U_0 kondensator jest nienaładowany i napięcie na jego końcówkach $U_k = 0$. Cały zatem spadek napięcia $U_R = U_0$ zachodzi

na oporze R , przez który wobec tej pierwszej chwili płynie prąd o znacznym natężeniu:

$$i = \frac{U_R}{R},$$

a ładunek, jaki w tym czasie ΔT przepłynie przezeń do kondensatora C , wyniesie:

$$\Delta Q = i \cdot \Delta t = \frac{U_R}{R} \cdot \Delta t. \quad (1)$$

Duża w pierwszej chwili wartość stosunku U_R/R ($= U_0/R$) występująca w ostatnim wyrażeniu (1) wskazuje, że do kondensatora dopływa w czasie Δt znaczny ładunek ΔQ , a napięcie na okładkach kondensatora wzrasta bardzo szybko:

$$\Delta U_k = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{U_R}{RC} \cdot \Delta t. \quad (2)$$

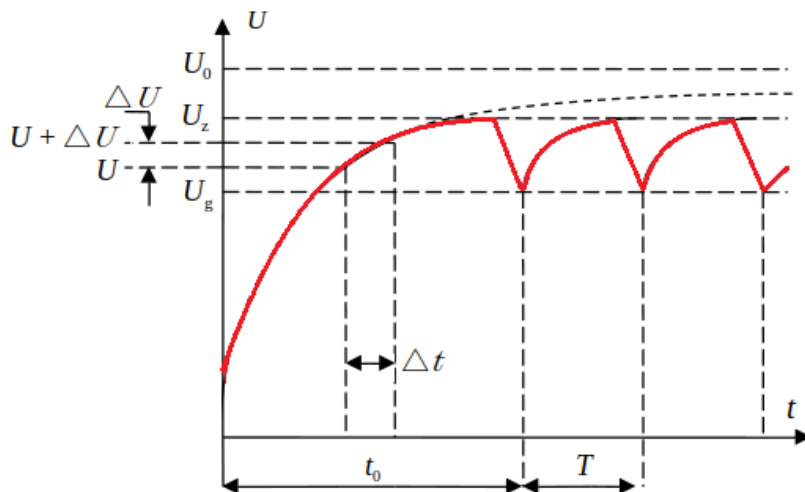
Prędkość wzrastania napięcia na kondensatorze C jeszcze bardziej poglądowo wyraża stosunek⁶:

$$\frac{\Delta U_k}{\Delta t} = \frac{U_R}{RC}. \quad (3)$$

W miarę ładowania się kondensatora napięcie U_k na jego zaciskach rośnie, a ponieważ w każdej chwili musi zachodzić związek:

$$U_0 = U_R + U_k, \quad (4)$$

zatem U_R maleje. Zmniejszanie się zaś U_R wywołuje zgodnie z (3) zmniejszanie się prędkości wzrastania U_k . Napięcie zatem ładującego się kondensatora U_k rośnie początkowo bardzo szybko, potem coraz wolniej i wreszcie powinno zdążać asymptotycznie do wartości U_0 (natomiast $U_R \rightarrow 0$). Przebieg funkcji $U_k = \phi(t)$ widzimy na rys. 7.



Rys. 7. Przebieg funkcji $U_k = \phi(t)$.

Nie wzięliśmy jednak do uwagę obecności neonówki. W istocie, gdy napięcie U_k osiągnie wartość napięcia zapłonu U_z (punkt a), nastąpi wyładowanie przez nią kondensatora. Opór

⁶Granica tego stosunku dla $\Delta t \rightarrow 0$ to znana nam już pochodna wyrażająca tangens nachylenia stycznej do krzywej przedstawiającej funkcję $U_k = \phi(t)$.

neonówki po zapaleniu jest bardzo mały, zatem wyładowanie jest gwałtowne (stromy odcinek krzywej), ale odbywa się jedynie do momentu gdy $U_k = U_g$, po czym kondensator znowu się ładuje i U_k wzrasta do $U_k = U_g$. Zjawisko powtarza się periodycznie. Krzywa wyrażająca funkcję $U_R = \varphi(t)$ posiada kształt piły. Łatwo zrozumieć teraz przyczynę, dla której drgania relaksacyjne rozpoczynają się nie od razu po przyłączeniu napięcia, ale po upływie czasu $t_0 > T$. Po przyłączeniu źródła napięcia kondensator ładuje się od $U_k = 0$ do $U_k = U_z$, natomiast po wzbudzeniu drgań relaksacyjnych ładowanie i rozładowywanie kondensatora odbywa się między wartościami $U_k = U_z > U_0$ i U_k . Z pomiarów dokonanych w punktach a) i b) wynika, że okres drgań relaksacyjnych T jest proporcjonalny zarówno do R jak i C , jest więc proporcjonalny do iloczynu RC . Zapiszemy to w postaci wzoru:

$$T = k \cdot RC, \quad (5)$$

gdzie k jest bezwymiarowym współczynnikiem proporcjonalności. Zależność (5) jest wzorem empirycznym, wynikającym z doświadczenia. Można jednak tę zależność uzasadnić również teoretycznie. Pomijając czas trwania błysku neonówki jako bardzo krótki, podzielimy okres T (czas samego wzrastania U_k) na dowolną liczbę krótkich odstępów czasu Δt . W czasie takiego odstępu czasowego Δt napięcie na końcówkach kondensatora wzrasta od U_k do $U_k + \Delta U_k$. Stosując zależność (2) mamy:

$$\Delta t = \frac{RC}{U_R} \Delta U_k,$$

z uwagi zaś na (4):

$$\Delta t = \frac{RC}{U_0 - U_k} \Delta U_k.$$

Okres T , zgodnie z naszym założeniem jest sumą wszystkich odstępów czasowych Δt , mamy więc⁷

$$T = \sum \Delta t = RC \sum \frac{\Delta U_k}{U_0 - U_k}.$$

Oznaczając:

$$\sum \frac{\Delta U_k}{U_0 - U_k} = k,$$

otrzymamy znowu zależność (5), czyli:

$$T = kRC.$$

⁷Ścisły wzór, wyprowadzony w oparciu o rachunek całkowy, ma postać:

$$T = RC \ln \left(\frac{U_0 - U_g}{U_0 - U_z} \right).$$

Przy uwzględnianiu czasu rozładowania kondensatora wzór ten staje się bardziej skomplikowany:

$$T = C \left(R \ln \left(\frac{U_0 - U_g}{U_0 - U_z} \right) + R_w \ln \left(\frac{U_z}{U_g} \right) \right),$$

gdzie R_w oznacza opór neonówki. Napięcie ładującego się kondensatora zmienia się zgodnie ze wzorem:

$$U_k = U_0 \left(1 - e^{-t/RC} \right),$$

gdzie iloczyn RC stanowi tzw. stałą czasową obwodu.

Współczynnik k zależy od napięcia zapłonu U_z i napięcia gaśnięcia U_g neonówki oraz od napięcia źródła.

Punktacja

1. Metoda pomiaru wydłużenia drutu 5 pkt.
2. Związek między wysokością środka drutu $h(T)$,
a współczynnikiem rozszerzalności liniowej i temperaturą 3 pkt.
3. Metoda pomiaru temperatury drutu 2 pkt.
4. Wyznaczenie parametru R_0 2 pkt.
5. Pomiar zależności wysokości środka drutu od temperatury 4 pkt.
6. Wyznaczenie wartości współczynnika rozszerzalności liniowej drutu
(dopasowanie prostej) 2 pkt.
7. Poprawny wynik końcowy wraz z analizą niepewności pomiarowych 2 pkt.