



VIII OLIMPIADA FIZYCZNA

(1958/1959)

ZAWODY I STOPNIA

Zadanie teoretyczne – T2

Nazwa – Ruch cylindra z tłokiem po nalaniu wody.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

– Czesław Ścisłowski¹: *Fizyka w Szkole* nr 2, 1959, s. 116–121

– Stefan Czarnecki: *Olimpiady Fizyczne VII i VIII*. PZWS, Warszawa 1964, s. 97–100

– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Cylinder o średnicy wewnętrznej 10 cm i długości około 20 cm, zakończony pionową rurką o średnicy wewnętrznej 4 cm, posiada swobodę ruchu względem tłoka, który jest unieruchomiony za pomocą „trzonka” A (patrz rys. 1), przy tym tłok jest dopasowany szczelnie do cylindra. Przez rurkę wprowadzamy 2 litry wody.

Wykazać, że cylinder podniesie się wówczas na pewną wysokość. Obliczyć, na jakiej wysokości ponad tłokiem znajdzie się górna ścianka cylindra, jeżeli waży on wraz z rurką 6,6 kG (²).

Tarcie cylindra o tłok pomijamy. Przestrzeń pod tłokiem łączy się swobodnie z atmosferą.

0F-8-1-T2-rys1.pdf

Rys. 1. Przekrój układu cylindra z tłokiem i rurką (przyp. red.)

¹ Dr Czesław Ścisłowski pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od VIII OF do XVII OF, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, książki *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII* (przyp. red.).

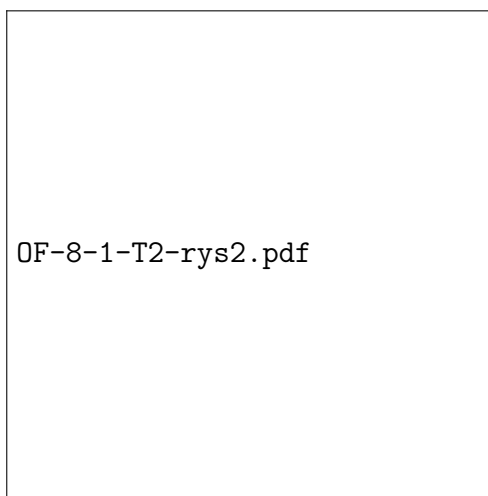
² kG – symbol dawnej jednostki siły, podstawowej w tzw. układzie ciężarowym. 1 kG (kilogram siła) def. jako siła przyciągania przez Ziemię masy 1 kg w miejscu, gdzie przyspieszenie ziemskie wynosi 9,8066 m/s² (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T2 – VIII OF, I stopień

Wprowadzimy następujące oznaczenia:

- $V = 2000 \text{ cm}^3$ – objętość wody,
 $D = 10 \text{ cm}$ – średnica wewnętrzna cylindra,
 $d = 4 \text{ cm}$ – średnica wewnętrzna rurki,
 $Q = 6600 \text{ G}^{(3)}$ – ciężar cylindra razem z rurką,
 $\gamma = 1 \text{ G/cm}^3$ – ciężar właściwy wody⁴.

Z treści zadania od razu wynika, że cylinder wraz z rurką po nalaniu wody podniesie się w górę, jak wskazuje rys. 2.



Rys. 2. Przekrój układu cylindra z tłokiem i rurką po napełnieniu wodą (przyp. red.)

Istotnie, zjawisko to musi zajść w wyniku parcia na górne dno cylindra, dookoła otworu wlotowego rury. Parcie to jest wywołane przez ciśnienie hydrostatyczne panujące na głębokości h poniżej menisku wody. Oto jak jeden z najlepszych zawodników opisuje zachodzące zjawisko: „Gdy do rury wlejemy wodę, będzie ona wskutek ciśnienia hydrostatycznego statycznego wciskać się w szczelinę między górną ścianką cylindra a tłokiem, przekazując jednocześnie we wszystkich kierunkach, zgodnie z prawem Pascala, ciśnienie hydrostatyczne. Parcie wywierane na tłok będzie równoważone, ponieważ tłok jest sztywno związany z podstawą. Ciśnienie działające na każdy punkt ściany bocznej cylindra będzie równoważone przez takie samo ciśnienie działające w przeciwnym kierunku po stronie przeciwległej. Jeżeli parcie na całą powierzchnię górnej ścianki cylindra będzie większe od ciężaru cylindra wraz z rurką, to cylinder zacznie się podnosić”.

Uczeń oblicza to parcie zakładając, że cała wlna woda znajduje się w samej tylko rurce, i stwierdza, że jest ono istotnie większe od ciężaru cylindra wraz z rurką. Píše on dalej: „W miarę podnoszenia się cylindra rosnąca przestrzeń między tłokiem a górną ścianą będzie się wypełniać wodą, wskutek czego wysokość słupa wody h w rurce będzie malała. Wraz ze zmniejszaniem się

³ G – symbol byłej jednostki siły w tzw. układzie ciężarowym, w którym jedną z wielkości podstawowych była siła. Ozn. G (tzw. gram siły) jest podwielokrotnością jednostki podstawowej – 1 kG (kilogram siła) def. jako siła przyciągania przez Ziemię masy 1 kg w miejscu, gdzie przyspieszenie ziemskie wynosi $9,8066 \text{ m/s}^2$ (przyp. red.).

⁴ $1 \text{ G/cm}^3 = 9806,65 \text{ N/m}^3$. Wartości liczbowe ciężaru właściwego wyrażone w G/cm^3 są równe wartościom liczbowym gęstości wyrażonej w g/cm^3 . Z def. $\gamma = \rho g$, gdzie ρ – gęstość ciała, g – przyspieszenie ziemskie (przyp. red.).

h maleć będzie ciśnienie hydrostatyczne na wysokości dolnej krawędzi rury, a wraz z nim parcie działające na górne dno cylindra. Gdy parcie to stanie się równe ciężarowi cylindra, nastąpi równowaga i ruch ustanie.” Do tego jakościowego wyjaśnienia podanego przez ucznia właściwie nie ma nic do dodania. Przejdźmy do oszacowania ilościowego.

Wyznamy najpierw parcie na górną ścianę cylindra przy dowolnym jego położeniu (rys. 2).

Ponieważ ciśnienie jest stosunkiem siły działającej (parcia) na powierzchnię do pola tej powierzchni, możemy napisać

$$P = pS, \quad (1)$$

gdzie P oznacza parcie na powierzchnię S , a p ciśnienie hydrostatyczne. Mamy dalej

$$p = h\gamma$$

oraz

$$S = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2),$$

a stąd

$$P = h\gamma \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2). \quad (2)$$

Oznaczmy szukaną odległość tłoka od górnego dna cylindra przez x . Wówczas będzie

$$V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h + \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 x,$$

czyli

$$V = \frac{\pi d^2}{4}h + \frac{\pi D^2}{4}x. \quad (3)$$

Teraz z równania (2) wyznaczamy h , podstawiamy do (3):

$$h = \frac{P}{\frac{\pi}{4}\gamma(D^2 - d^2)},$$

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{P}{\frac{\pi}{4}\gamma(D^2 - d^2)} + \frac{\pi D^2}{4}x$$

i obliczamy x :

$$x = \frac{4}{\pi D^2} \left(V - \frac{d^2 P}{\gamma(D^2 - d^2)} \right). \quad (4)$$

Pozostaje uczynić jeszcze tylko jeden krok. Jak powiedziano wyżej, by nastąpiła równowaga, parcie na górne dno cylindra skierowane w górę musi być równe, co do wartości bezwzględnej, ciężarowi cylindra wraz z rurką, tzn. musi zachodzić równość

$$P = Q.$$

Ostateczny wzór będzie zatem miał postać

$$x = \frac{4}{\pi D^2} \left(V - \frac{d^2 Q}{\gamma(D^2 - d^2)} \right). \quad (5)$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymamy

$$x = \frac{4}{3,14 \cdot 10^2} \left(2000 - \frac{4^2 \cdot 6600}{1 \cdot (10^2 - 4^2)} \right) \text{ cm} \approx 9,46 \text{ cm}.$$

Po wlaniu wody cylinder podniesie się; równowaga nastąpi wtedy, gdy odległość między górnym jego dnem a cylindrem wyniesie 9,46 cm.