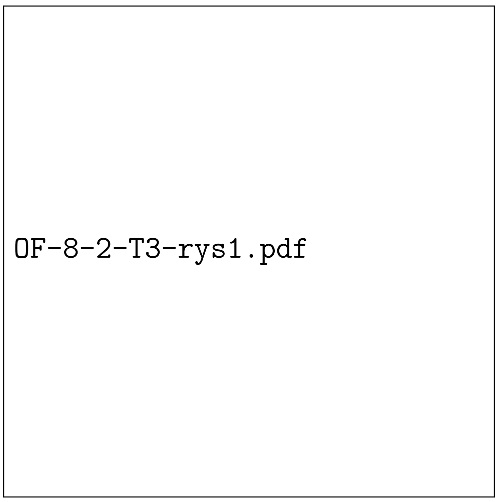
VIII OLIMPIADA FIZYCZNA
(1958/1959)
ZAWODY II STOPNIA
CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Zadanie teoretyczne – T3

Nazwa – Zjawiska w spadającym wiaderku z otworkiem i z wodą.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Czesław Ścisłowski[1]: *Fizyka w Szkole* nr 3, 1959, s. 174–179
– Stefan Czarnecki: *Olimpiady Fizyczne VII i VIII.* PZWS, Warszawa 1964, s. 120–123
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

Kubek z małym otworkiem w dnie wisi na sznurku, jak wskazuje rys. 1. Po nalaniu wody do pewnego poziomu przecięto sznur. Opisz zjawiska zachodzące pod wpływem samej tylko siły ciężkości.

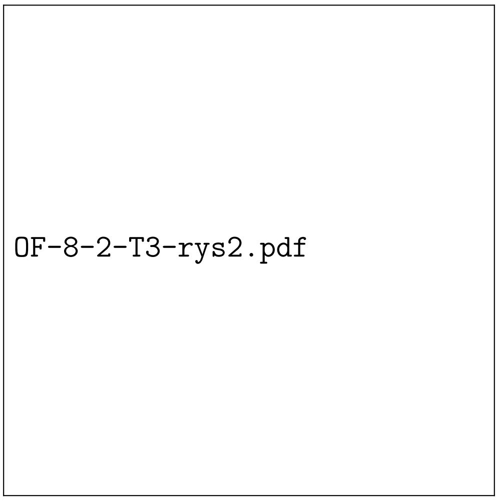


Rys. 1. Kubełek z wodą zawieszony na sznurku (przyp. red.)

[1] Dr Czesław Ścisłowski pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od VIII OF do XVII OF, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, książki *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII* (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T3 – VIII OF, II stopień, część teoretyczna

Wyobraźmy sobie naczynie (rys. 2), do którego wlano tyle wody, że jej powierzchnia swobodna leży na wysokości h ponad dnem. Woda znajdująca się w tym naczyniu posiada zasób energii potencjalnej. Gdy w dnie zrobiony zostanie otworek, woda zacznie wypływać, a jednocześnie poziom wody w naczyniu będzie się stopniowo obniżał – zasób energii potencjalnej będzie malał.



Rys. 2. Przekrój naczynia z zaznaczonym poziomem wody i jego zmianą (przyp. red.)

Weźmy pod uwagę bardzo cienką warstwę wody o masie Δm, o jaką obniżył się poziom wody w naczyniu w ciągu bardzo krótkiego czasu Δt. Zasób energii potencjalnej wody w naczyniu zmalał o

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = \Delta m \cdot g \cdot h.$$

W myśl zasady zachowania energii ten ubytek energii potencjalnej odnajdzie się w energii kinetycznej ΔE_{k}, jaką uzyska masa wody, która wypłynęła przez otworek (masa ta jest równa ilościowo masie Δm)

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = \Delta E_{\mathrm{k}},$$

czyli

$$\Delta m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\Delta m \cdot v^2.$$

Stąd otrzymujemy znany wzór Torricellego

$$v = \sqrt{2gh}. \tag{1}$$

Wzór ten wyraża prędkość cieczy (idealnej – nielepkiej) wypływającej pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego, przy czym obojętne jest, czy otworek znajduje się w dnie, czy w ścianie bocznej, byle tylko na głębokości h pod zwierciadłem cieczy.

W naszym zadaniu mamy zupełnie analogiczną sytuację, ale tylko tak długo, dopóki sznurek nie został przecięty i kubek pozostaje w spoczynku. W tym przypadku przez otworek wypływa woda z prędkością v daną przez wzór (1). Dla strugi jest to prędkość początkowa w jej przyśpieszonym spadku z przyśpieszeniem g. Prędkości dowolnego elementu strugi jest funkcją czasu i począwszy od momentu opuszczenia kubka wyrazi się wzorem

$$v = \sqrt{2gh} + gt. \tag{2}$$

Gdy sznurek zostanie przecięty, sytuacja zmieni się radykalnie. O ile przedtem kubek wraz z wodą stanowił układ inercjalny, teraz układem inercjalnym być przestanie.[2,3]

Nad tym zagadnieniem nieco się zatrzymamy. Wyobraźmy sobie, że w windzie znajduje się pasażer i obserwuje umocowany w niej dynamometr[4], na którym zawieszono ciało o masie m. Stwierdzi on, że dopóki winda pozostaje w spoczynku lub porusza się w dowolnym kierunku, w górę czy w dół ruchem *jednostajnym*, dopóty wskazówka dynamometru pokazuje prawdziwy ciężar masy m, czyli siłę $F = mg$. Jeżeli natomiast winda poruszać się będzie ruchem *przyśpieszonym* z przyśpieszeniem a (np. w momencie ruszania), to przy ruchu „do góry” dynamometr pokaże za dużo, a przy ruchu „w dół” za mało. Dynamometr, poruszając się wraz z windą do góry, za pośrednictwem swojej sprężyny udziela tego samego przyśpieszenia masie m, czyli działa na nią siłą dodatkową

$$F' = ma.$$

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki, z taką samą dodatkową siłą masa zawieszonego ciała działa na dynamometr[5], rozciągając jego sprężynę więcej niż to miało miejsce, gdy winda pozostawała w spoczynku. Pełne wychylenie dynamometru będzie więc większe

$$P = F + F' = mg + ma = m(g + a). \tag{3}$$

W przypadku przyśpieszonego ruchu w dół dynamometr wskaże oczywiście

$$P = m(g - a). \tag{4}$$

Wyobraźmy sobie teraz, że zawieszenie windy uległo zerwaniu i winda spada! Jeżeli znajdujący się w niej pasażer nie stracił zimnej krwi i nawet w tej sytuacji przeprowadza obserwację, to stwierdzi, że dynamometr pokaże *zero!*

Siła ciężkości znikła! Istotnie, winda, jak każde ciało spadające swobodnie w polu ciężkości Ziemi, spada z przyśpieszeniem g, mamy więc $a = g$, w tym zaś przypadku siła P określona równaniem (4) jest równa zeru

$$P = 0.$$

[2] Układami inercjalnymi są takie układy odniesienia, dla których spełnione jest główne równanie dynamiki $F = ma$ (II prawo Newtona). Układem inercjalnym jest układ, który pozostaje w spoczynku, jest nim również układ poruszający się ruchem jednostajnym po linii prostej. Nie jest natomiast układem inercjalnym układ, który porusza się ruchem przyśpieszonym. W takim układzie prawa dynamiki Newtona przestają obowiązywać.

[3] Sytuacja jest bardziej subtelna. Mianowicie układ swobodnie spadający w polu grawitacyjnym jest lokalnie układem inercjalnym. Obserwator wewnątrz takiego układu nie będzie w stanie rozróżnić, czy spada swobodnie w polu grawitacyjnym, czy jest w układzie inercjalnym, w którym nie ma ciążenia – patrz zasada równoważności Einsteina (przyp. red.).

[4] Dynamometr, obecnie stosowana nazwa to siłomierz. Nazwa pochodzi od jednostki siły w układzie CGS – dyna (przyp. red.).

[5] Mamy tu znowu do czynienia z tak zwaną siłą bezwładności, o której była mowa w jednym z zadań stopnia wstępnego VII Olimpiady.

Możemy powiedzieć, że w spadającej windzie panuje stan, który nazywamy *stanem nieważkości.*

W układzie spadającym z przyśpieszeniem g w polu grawitacyjnym o przyśpieszeniu g znika ciężar, znika zatem i przyśpieszenie grawitacyjne g *(wewnątrz układu).*

Powróćmy do naszego wiaderka. Wiaderko wraz z zawartą w nim wodą stanowi właśnie taki układ spadający swobodnie w ziemskim polu grawitacyjnym. W tym układzie panuje stan nieważkości. Kubełek nie działa na wodę, ani woda nie działa na kubełek żadną siłą (poza oczywiście siłami przylegania). Dla układu *kubełek – woda* znika ciśnienie hydrostatyczne, gdyż wewnątrz kubełka znikło ciążenie na wodę (co odpowiada wartości $g = 0$)[6].

Wzór Torricellego (1), w którym występuje g, prowadzi do wniosku, że prędkość strugi względem spadającego wiadra jest równa zeru. Po przecięciu sznura woda z kubełka wyciekać nie będzie.

Na zakończenie zastanówmy się jeszcze, czy po przecięciu sznurka wiadro będzie spadać tuż za ostatnią kroplą wody, która wypłynęła przez otworek. Dopóki wiadro było w spoczynku, woda wypływała z prędkością początkową $v = \sqrt{2gh}$. Taką prędkość uzyskała też ostatnia kropla, jaka wypłynęła przed przecięciem sznurka. Równanie ruchu tej kropli, czyli zależność przebywanej przez nią drogi od czasu, ma postać następującą:

$$s_1 = \sqrt{2gh} \cdot t + \frac{gt^2}{2}. \tag{5}$$

Natomiast kubełek, od momentu przecięcia sznurka, spada ruchem przyśpieszonym bez prędkości początkowej, jego równaniem ruchu będzie więc

$$s_2 = \frac{gt^2}{2}. \tag{6}$$

Odległość d między ostatnią kroplą a wiaderkiem będzie również funkcją czasu, gdyż

$$d = s_1 - s_2,$$

czyli

$$d = \sqrt{2gh} \cdot t. \tag{7}$$

Odległość ta – w chwili początkowej równa zeru – wzrasta w ten sposób, że rozpatrywana kropla oddala się od kubełka ruchem jednostajnym z prędkością równą prędkości wypływu w momencie przecięcia sznura.

Odległość (7) można obliczyć też w następujący sposób. W momencie przecięcia sznura ostatnia kropla wody, która wypłynęła z otworka kubełka, miała prędkość $v = \sqrt{2gh}$. Prędkość ta nie ulegała zmianie względem spadającego kubełka. Zatem po czasie t odległość d między tą kroplą a kubełkiem wynosi $d = vt$ i wyraża się wzorem (7). (Przyp. red.)

[6] Zob. przypis 3 (przyp. red.).