

VIII OLIMPIADA FIZYCZNA (1954/1955). Stopień III, zadanie doświadczalne – D

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Stefan Czarnecki: Olimpiady fizyczne VII i VIII. PZWS, Warszawa 1964
(str. 142 – 151)

Nazwa zadania: Wyznaczanie oporu zwojnicy

Działy: Elektryczność.

Słowa kluczowe: prawo Ohma, napięcie, natężenie prądu, opór, mostek Wheatstone'a, amperomierz, woltomierz, akumulator, opornica, wyłącznik, drut, zwojnica, krokodylek, doświadczenie, pomiar, niepewność.

Zadanie doświadczalne – D, zawody III stopnia, VIII OF

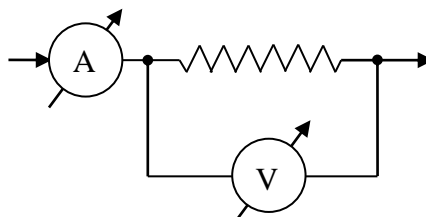
Masz do dyspozycji:

- akumulator,
- amperomierz,
- woltomierz,
- galwanoskop,
- opornicę zatyczkową,
- wyłącznik,
- rozpięty drut oporowy,
- linijkę z podziałką,
- przewody,
- tzw. krokodylek
- i zwojnicę o nieznanym oporze.

Wyznacz opór zwojnicy możliwymi w tych warunkach metodami. Uzasadnij, która z zastosowanych metod jest najdokładniejsza.

Rozwiązanie

W kursie licealnym uczeń miał możliwość spotkać się z dwoma sposobami pomiaru oporów. Z metodą najprostszą, opartą na bezpośrednim stosowaniu prawa Ohma, i tzw. metodą podstawiania. Nad sposobem pierwszym nie ma potrzeby zatrzymywać się dłużej. Wystarczy po prostu po włączeniu badanego oporu w jakikolwiek obwód prądu stałego zmierzyć dwie wielkości: natężenie prądu I , jaki płynie przez opór, oraz różnicę potencjałów, czyli napięcie U między jego końcówkami (rys. 1). Właściwie należałoby uwzględnić, że przez woltomierz również płynie pewien prąd i amperomierz pokazuje sumę natężeń prądów: płynącego przez opór R i przez woltomierz. Jednakże uwzględnianie takiej poprawki prawie zawsze jest zupełnie zbędne. Opór wewnętrzny woltomierza jest bardzo wysoki (w dobrych woltomierzach sięga $20\,000\ \Omega$ na wolt) i prąd prądów płynący jest znikomy.

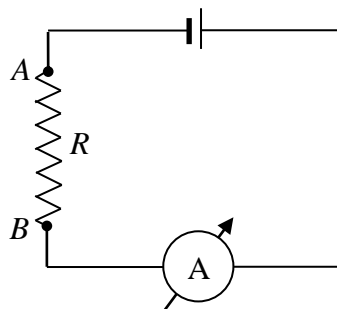


Rys. 1

Z prawa Ohma mamy natychmiast

$$R = \frac{U}{I}. \quad (1)$$

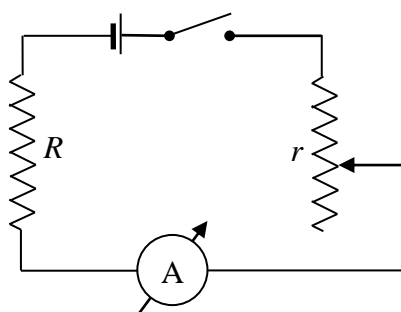
W metodzie podstawiania sporządzamy obwód jak na rys. 2. Między punktami A i B włączamy początkowo badany opór R . Po zanotowaniu wskazania amperomierza, na miejsce oporu R załączamy opornicę zatyczkową i tak manipulujemy wtyczkami, by otrzymać wskazanie przyrządu dokładnie takie samo jak poprzednio. Wartość oporu, jaką wskazuje opornica



Rys. 2

zatyczkowa po zrównaniu wskazań amperomierza, jest równa wartości badanego oporu R . Przy pomiarze należy zachować odpowiednie ostrożności, by nie zniszczyć amperomierza. W tym celu po włączeniu opornicy zatyczkowej, a przed zamknięciem obwodu, należy wyjąć z niej tyle wtyczek, by posiadała dość duży opór. Dopiero po zamknięciu obwodu stopniowo jej opór zmniejszamy.

W zasadzie przy pomiarach tego rodzaju, oprócz oporu badanego R czy opornicy zatyczkowej, powinna się w obwodzie znajdować druga opornica r , najlepiej suwakowa, jak na rys. 3. Potrzebna jest ona z dwóch względów. Po pierwsze, stanowi ona zabezpieczenie amperomierza, gdy w pierwszej części pomiaru zamykamy obwód z *nieznanym* oporem R . Może on przecież być na tyle mały, że natężenie prądu I przekroczy wartość dopuszczalną dla użytego przyrządu. Po drugie, opornica pozwala na dobranie takiej wartości I , by wychylenie amperomierza było znaczne. (Przy małych wychyleniach i wartości odczytane są obarczone dużymi błędami względnymi.)

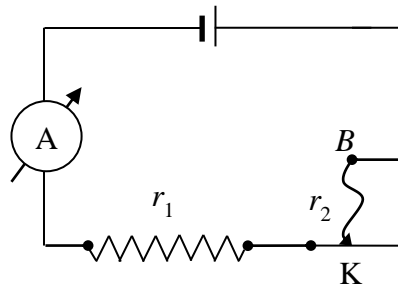


Rys. 3

W niniejszym zadaniu do zestawu przyrządów opornica taka nie wchodziła, ponieważ zwojnice dane zawodnikom do zbadania były tak dobrane, nie stanowiły niebezpieczeństwa przeciążenia dla przyrządów pomiarowych.

Pierwsza z przytoczonych metod jest stosunkowo mało dokładna. Druga – ze względu na to, że opór opornicy zatyczkowej może zmieniać się jedynie skokowo (przy czym najmniejszy skok w szkolnych typach tego rodzaju opornie wynosi 1Ω) – daje, zwłaszcza przy pomiarach niewielkich oporów, jeszcze większe błędy niż poprzednia. Jednakże jeden z zawodników, stosujący metodę podstawiania, w pomysłowy sposób podniósł jej dokładność. Korzy-

stając z odcinka załączonego drutu oporowego i krokodylka uzyskał dodatkową opornicę zmienną typu suwakowego, w której mógł zmieniać opór w sposób ciągły. Rys. 4 przedstawia układ połączeń w drugiej fazie pomiaru, gdy między punktami A i B, zamiast zwojnicy o nieznanym oporze R , „podstawiono” opór porównawczy złożony z opornicy zatyczkowej r_1 i drutu oporowego r_2 z przesuwalnym kontaktem (krokodylek – punkt K).



Rys. 4

Podajemy wyniki, jakie otrzymał wspomniany zawodnik. Zmierzył on najpierw pierwszą metodą opór odcinka drutu oporowego o długości 100 cm i otrzymał wartość $5,71 \Omega$. Stąd wynioskował, że odcinek o długości 1 cm posiada opór $\approx 0,057 \Omega$. Następnie przystąpił do właściwego pomiaru. Przy pierwszym połączeniu (jak na rys. 2) uzyskał wychylenie amperomierza $I = 0,55 \text{ A}$. W drugim układzie (rys. 4) dobrał tak wartość oporu opornicy zatyczkowej ($r_1 = 2 \Omega$), by wychylenie było nieco większe od $0,55 \text{ A}$, a następnie przesuwając krokodylek – punkt K , włączając coraz dłuższy odcinek drutu oporowego, aż wskazanie przyrządu stało się dokładnie równe $0,55 \text{ A}$. Żeby to uzyskać, należało włączyć odcinek drutu długości $l = 28 \text{ cm}$ o oporze $r_2 = 28 \text{ cm} \cdot 0,057 \Omega/\text{cm} \approx 1,60 \Omega$. Szukany opór zwojnicy wynosi zatem

$$R = r_1 + r_2 = (2 + 1,60) \Omega = 3,60 \Omega.$$

Można by zrobić zarzut, że – jak wspomniano wyżej, metoda pierwsza nie jest zbyt dokładna, a właśnie przy zastosowaniu tej metody mierzono opór drutu. Trzeba tu jednak wziąć pod uwagę, że mierzono opór drutu długości 100 cm, a następnie otrzymany wynik dzielono przez 100, więc niepewność pomiarowa oporu 1 cm drutu jest w tym przypadku bardzo mała.

Wadą przytoczonej pracy jest brak bliższej oceny dokładności. Jest to zresztą usterka prawie wszystkich prac eksperymentalnych zawodników olimpijskich.

Oto jak można takiej przybliżonej oceny dokładności dokonać w sposób dostępny dla ucznia szkoły średniej.

Przy pomiarze oporu drutu pierwszą metodą zawodnik uzyskał wyniki: $I = 0,35 \text{ A}$ i $U = 2 \text{ V}$. Skala amperomierza rozciągała się do $2,5 \text{ A}$, a woltomierza do 6 V . Niepewności pomiarowe związane z odczytem na skali miernika mogły wynosić najwyżej: $\Delta I = 0,02 \text{ A}$ przy pomiarze natężenia prądu i $\Delta U = 0,05 \text{ V}$ przy pomiarze napięcia. W najbardziej niekorzystnym przypadku można było odczytać np. U z niepewnością rozszerzoną, a I z niepewnością rozszerzoną, wtedy rzeczywista wartość oporu drutu byłaby, zgodnie z równaniem (I), większa od tej, którą otrzymał uczeń, wynosiłaby bowiem:

$$\frac{2 + 0,05}{0,35 - 0,02} = \frac{2,05}{0,33} = 6,21.$$

Widzimy więc, że błąd bezwzględny pomiaru oporu drutu nie przekracza wartości

$$(6,21 - 5,71) \Omega = 0,5 \Omega$$

Niepewność przypadający na długość jednego centymetra drutu jest zatem równy $0,005 \Omega$, a na długości $l = 18 \text{ cm}$ drutu wyniesie

$$\Delta R_1 = 28 \text{ cm} \cdot 0,005 \Omega/\text{cm} = 0,14 \Omega$$

Istnieje jednak jeszcze drugie źródło niepewności pomiarowej. Oto na małe przesunięcia ślizgacza amperomierz reaguje w sposób niedostrzegalny. Dopasowując położenie ślizgacza kilkakrotnie, stwierdzimy niewielkie różnice wartości l (jest to m. in. spowodowane istniejącym zawsze, choć bardzo nieznacznym, tarcieniem w łożyskach przyrządu pomiarowego). Dla zmniejszenia tego błędu uczeń powinien był każdy pomiar powtórzyć kilkakrotnie i wziąć średnią. Tego jednak uczeń nie zrobił. Z obserwacji odchyłań od średniej można przyjąć pewne odchylenie przeciętne, oznaczymy je przez Δl . Było ono niewątpliwie niemniejsze od 5 mm. Takiej niepewności pomiaru l ($\Delta l = 5 \text{ mm}$) odpowiada niepewność pomiaru oporu

$$\Delta R_2 = 0,057 \Omega/\text{cm} \cdot 0,5 \text{ cm} = 0,0285 \Omega \approx 0,03 \Omega$$

Ostatecznie całkowity bezwzględny błąd pomiaru oporu zwojnicy R wynieść może co najwyżej

$$\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 = 0,14 + 0,03 = 0,17 \Omega$$

co stanowi około 4,7%.

Wynik pomiaru należy wobec tego zapisać jak następuje:

$$R = (3,60 \pm 0,17) \Omega$$

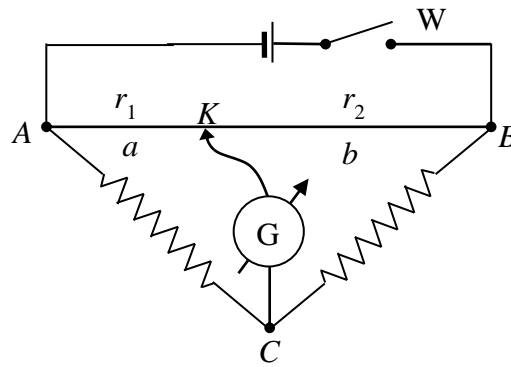
Dwa znaki (+) i (–) napisano dlatego, że równie dobrze mogło wystąpić zdarzenie odwrotne: U odczytano z niepewnością i I z pewną niepewnością. Z powyższego omówienia wynika, że prawdziwa wartość R mieści się pomiędzy wartościami $3,77 \Omega$ a $3,43 \Omega$, na pewno nie przekraczając tych granic. (Założyliśmy oczywiście milcząco, że skalowanie opornicy zatyczkowej i przyrządów pomiarowych jest „bezbłędna”, a raczej – mówiąc ściślej – wykonane z wielką dokładnością.)

Jak potrzebne jest oszacowanie dokładności każdego pomiaru, niechaj świadczy fakt, że wspomniany zawodnik bezkrytycznie ocenił precyzję swej metody. Sądził on mianowicie, że jego pomiar został wykonany z dokładnością do $0,001 \Omega$, gdy w rzeczywistości, jak obliczyliśmy, niepewność sięga $0,17 \Omega$ (jest więc 170 razy większy). Oto jak zawodzi intuicja.

Uczeń nie dostrzegł istotnych źródeł błędów. Nie pomyślał, że gdyby np. włączył z opornicy zatyczkowej opór nie 2Ω lecz 3Ω , co mógł łatwo uczynić (a z drutu oporowego uzyskał tylko $0,6 \Omega$), niepewność zmalałaby dwukrotnie. Przez świadome i przemyślane dobranie warunku pomiaru można by uzyskać tą metodą znacznie lepszą dokładność niż przy użyciu metody pierwszej. Tymczasem, jak to jest widoczne z zestawienia na str. 6, uczeń ten uzyskał wyniki gorsze niż jego koledzy stosujący pierwszy sposób.

Oddzielne omówienie należy się metodzie tzw. mostka Wheatstone’a. W obowiązującym obecnie programie szkolnym mostek Wheatstone’a nie został niestety uwzględniony, ale jego opis można znaleźć w łatwo dostępnych podręcznikach. Należało oczekiwać, że uczniowi interesującemu się fizyka, a tacy właśnie uczestniczą w zawodach olimpijskich, mostek Wheatstone’a powinien być znany. Istotnie, większość zawodników użyła m. in. tej właśnie metody.

Między punktami A i B (rys. 5) jest rozciągnięty drut oporowy o długości (najlepiej) 100 cm , po którym może się przesuwać ruchomy kontakt – K (w naszym zestawie użyjemy krokodyłka). Końce drutu oporowego A i B połączone są z biegunami źródła prądu – w naszym przypadku akumulatora. Do punktu A dołączono jedną końcówkę nieznanego oporu R_x , do punktu B – końcówkę znanego oporu R (opornica zatyczkowa). Pozostałe końcówki obu oporów spięto razem w punkcie C i przez galwanoskop G połączono ze ślizgaczem – K . Po zamknięciu obwodu wyłącznikiem W prąd płynie z akumulatora do A , tam rozgałęzia się zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa, przy czym część płynie przez drut oporowy od A do B , część zaś przez oba opory R_x i R od A przez C do B . Zastanówmy się, w jakim kierunku płynie prąd przez galwanoskop G w gałęzi KC . Okazuje się, że prąd ten zależy od położenia ślizgacza. Gdy ślizgacz znajduje się blisko punktu A , wtedy kierunek prądu w tej gałęzi jest od



Rys. 5

K do C , gdy zaś przesuniemy ślizgacz w pobliże B , prąd płynie od C do K . W pierwszym przypadku wskazówka galwanoskopu wychyla się w jedną stronę, w drugim przypadku w przeciwną. Istnieje jedno takie położenie ruchomego kontaktu, przy którym w gałęzi KC prąd jest równy zero, a wskazówka galwanoskopu zajmuje położenie zerowe. Zachodzi to wtedy, gdy potencjały w punktach K i C są równe. Łatwo zaś udowodnić (odsyłamy Czytelnika do odpowiednich podręczników), że równość potencjałów w tych punktach ma miejsce wtedy, gdy

$$\frac{R_x}{R} = \frac{r_1}{r_2}, \quad (2)$$

gdzie r_1 i r_2 oznaczają opory obu części drutu oporowego: AK i KB . Ponieważ opór drutu jest proporcjonalny do jego długości, przeto zamiast stosunku oporów r_1 i r_2 możemy wziąć stosunek długości odcinków AK i KB , oznaczając je odpowiednio przez a i b . Będziemy więc mieli

$$\frac{R_x}{R} = \frac{a}{b}$$

a stąd

$$R_x = R \frac{a}{b}. \quad (3)$$

Najwygodniej jest rozciągnąć drut oporowy na linijce metrowej z podziałką w centymetrach, wtedy a oraz $b = 100 - a$ można łatwo zmierzyć. Pamiętając jednak, że przy pomiarze krótkich odcinków popełniamy większe błędy względne, należy tak dobierać opór R , by położenie „zerujące” ruchomego kontaktu było niedalekie od środka odcinka AB . Dalej, należy dla każdego oporu R ustawić ślizgacz kilkakrotnie i do obliczeń brać średnie wartości a i b . Rozrzut ustawień ślizgacza, czyli rozrzut mierzonej wielkości a jest niewielki, zwłaszcza jeśli postępuje się w następujący sposób. Po naprowadzeniu wskazówki galwanoskopu na położenie zerowe przez odpowiednie ustawienie ślizgacza, otwieramy na chwilę obwód przy pomocy klucza W . Poruszanie się wskazówki świadczy, że ślizgacz nie jest jeszcze we właściwym położeniu. Poprawiamy wówczas jego ustawienie bardzo drobnymi ruchami w lewo i w prawo, za każdym razem znowu przerywając na chwilę obwód. Nieruchome położenie wskazówki upewnia nas, że istotnie przez gałąź KC prąd nie płynie.

Pomiar R_x wykonujemy wskazanym sposobem kilkakrotnie, przy różnych wartościach oporu znanego R , a następnie obliczamy średnią.

Dla przykładu przytaczamy wyniki otrzymane metoda mostka Wheatstone'a przez tego samego zawodnika, o którym była mowa wyżej.

Pomiar	R, Ω	a, cm	b, cm	R_x, Ω
1	2	65	35	3,71
2	3	55	45	3,67
3	5	42	58	3,62
Średnia z trzech pomiarów				3,67 Ω

Oszacujmy dokładność metody mostka Wheatstone'a na przykładzie wyników liczbowych przytoczonych w tabelce. Zakładamy, że pomiar został wykonany zgodnie ze wskazaniami podanymi wyżej. Postąpimy podobnie jak poprzednio na str. 3. Z obserwacji powtórzonych kilka razy ustawień żerujących ruchomego kontaktu możemy ustalić największe odchylenia długości odcinka a od wartości średniej. Ustalenia tego uczeń nie dokonał, ale biorąc pod uwagę warunki doświadczenia można przyjąć, że te odchylenia były rzędu 3 mm (w obie strony). Niech więc będzie $\Delta a = 0,3 \text{ cm}$. Jeśli błąd był np. niedomiarowy, to wartość R_x obliczona ze wzoru (3) wypadła za mała. Aby uzyskać właściwą wartość, trzeba by wówczas zastosować wzór

$$R_x = R \frac{a + \Delta a}{b - \Delta a}. \quad (4)$$

Podstawiając do (4) wartości liczbowe odnoszące się do każdego z trzech pomiarów, otrzymamy kolejno: 3,76 Ω , 3,71 Ω i 3,67 Ω , co daje średnią $R_x = 3,71 \Omega$. Odchylenie pomiaru wynosi

$$\Delta R_x = (3,71 - 3,67) \Omega = 0,04 \Omega$$

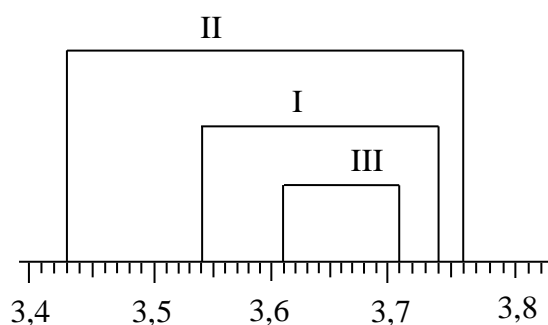
Ponieważ nastąpi takie samo odchylenie w drugą stronę przy popełnieniu błędu nadmiarowego, otrzymaną wartość możemy uznać za błąd graniczny.

Ostateczny wynik otrzymany przy pomocy metody Wheatstone'a zapiszemy więc w postaci

$$R_x = (3,67 \pm 0,04) \Omega$$

Ciekawe będzie porównanie dokładności pomiarów R_x dokonanych za pomocą trzech opisanych metod.

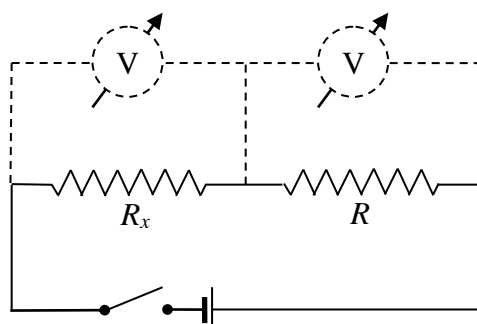
Na podstawie wyników uzyskanych przez ucznia za pomocą pierwszej metody możemy przyjąć, że prawdziwa wartość R_x jest zawarta między 3,54 Ω a 3,74 Ω . Granice te, jak również granice otrzymane za pomocą metod drugiej i trzeciej, zaznaczono na rys. 6. Wyraźnie



Rys. 6

widać, że metoda mostka Wheatstone'a jest najdokładniejsza. Największą niepewnością jest obarczony pomiar dokonany metodą podstawiania. Przyczyna tak dużej niepewności nie tkwi jednak, jak wykazywaliśmy wyżej w metodzie pomiaru, lecz w niedoskonałości pracy ucznia.

Przez zmodyfikowanie swego sposobu pomiaru mógł on otrzymać błąd graniczny dwukrotnie mniejszy. Metoda podstawiania jest szczególnie dogodna przy mierzeniu oporów dużych.



Rys. 7

Korzystając z załączonego zestawu przyrządów można opór zwojnicy wyznaczać w najrozmaitszy sposób. Uczniowie wykazali wiele pomysłowości i liczba użytych przez nich sposobów przekracza dziesięć. Nie wszystkie jednak zasługują na przytoczenie. Spotykamy m. in. kilka sposobów, które w istocie wcale się nie różnią od bezpośredniej metody opartej na prawie Ohma. Jediną różnicę stanowi to, że zamiast samego oporu badanego, zawodnicy włączali opór R_x równolegle lub szeregowo ze znanym oporem R . Powodowało to zupełnie niepotrzebną komplikację prostego rachunku i zarazem obniżenie dokładności, ponieważ przy takim postępowaniu dochodzi jeszcze błąd, jakim jest zawsze obarczony opór „znany“.

Interesująca jest metoda podana przez innego ucznia, oparta na pomiarze samych tylko napięć (rys. 8). Oznaczmy napięcia na oporze R_x i znanym oporze R odpowiednio przez U_1 i U_2 . Zgodnie z prawem Ohma mamy

$$U_1 = IR_x \quad \text{oraz} \quad U_2 = IR$$

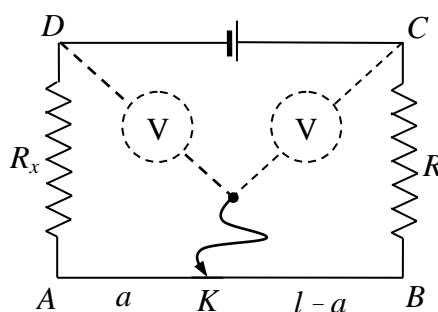
Rugując stąd I otrzymujemy natychmiast

$$R_x = \frac{U_2}{U_1} R$$

Dokładność wyniku tego pomiaru jest nieco gorsza niż przy metodzie pierwszej (przy użyciu tego samego woltomierza).

Na zakończenie przytoczymy jeszcze jeden sposób, będący ulepszoną modyfikacją metody napotkanej w pracy jednego z zawodników.

Opór R_x i opór znany R łączymy szeregowo wraz z drutem oporowym AB o długości l (rys. 8). Najpierw metodą opartą na prawie Ohma znajdujemy opór drutu AB i obliczamy opór



Rys. 8

r jednego centymetra tego drutu. Następnie dobieramy takie położenie ruchomego kontaktu K , by napięcia zmierzone woltomierzem między punktami C i K oraz między punktami D i K były identyczne. Z równości spadków napięć na obu częściach obwodu wynika równość oporów. Mamy zatem

$$R_x + a r = R + (l - a) r,$$

a stąd

$$R_x = R + r(l - 2a).$$

Sposób ten nieco przypomina metodę mostka Wheatstone'a, ale jest to podobieństwo jedynie zewnętrzne. Dokładność osiągnięta za pomocą tej metody jest bardzo niewielka. Składa się na to zarówno dość duży rozrzut w położeniu ślizgacza jak i fakt, że wyznaczając najpierw opór drutu np. metodą opartą na prawie Ohma wprowadzamy dodatkowe niepewności.