VIII OLIMPIADA FIZYCZNA
(1958/1959)
ZAWODY STOPNIA WSTĘPNEGO

Zadanie teoretyczne – T1

Nazwa – Praca przy układaniu płyt jedna na drugiej.

Źródła – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej
– Czesław Ścisłowski[1]: *Fizyka w Szkole* nr 1, 1959, s. 46–49
– Stefan Czarnecki: *Olimpiady Fizyczne VII i VIII.* PZWS, Warszawa 1964, s. 76–78
– T.M. Molenda, IF US, www.OF.szc.pl.

---

n płyt jednorodnych leży poziomo na ziemi, jedna obok drugiej. Każda z nich ma ciężar P i grubość h. Jaką najmniejszą – teoretycznie – pracę należy wykonać, układając płyty jedna na drugiej w postaci kolumny?

[1] Dr Czesław Ścisłowski pełnił funkcję Kierownika Olimpiady Fizycznej od VIII OF do XVII OF, w tym okresie był autorem artykułów w *Fizyce w Szkole* z OF, książki *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII* (przyp. red.).

Rozwiązanie zadania T1 – VIII OF, stopień wstępny

Obliczymy kolejno prace, jakie trzeba wykonać podnosząc każdą z płyt, a następnie prace te zsumujemy. Pierwszej płyty nie potrzebujemy podnosić, zatem praca wynosi

$$L_1 = P \cdot 0 \cdot h.$$

Przy podnoszeniu drugiej i następnych płyt praca wyniesie kolejno:

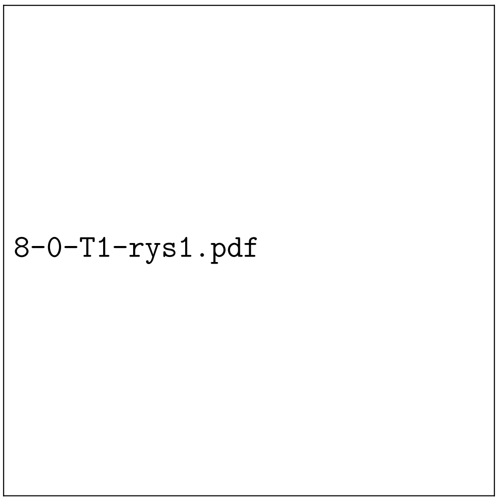
$$\begin{aligned} &L_2 = P \cdot 1 \cdot h \\ &L_3 = P \cdot 2 \cdot h \\ &\text{itd.} \end{aligned}$$

Łatwo zauważyć, że przy podnoszeniu n-tej płyty wykonamy pracę

$$L_n = P \cdot (n-1) \cdot h.$$

Praca wykonana przy podnoszeniu wszystkich płyt (i przy układaniu całej kolumny – rys. 1) wyniesie

$$L = P \cdot h \cdot [0 + 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)]\,. \tag{1}$$



Rys. 1. Schemat układania płyt w kolumnę (przyp. red.)

Zadanie sprowadza się do znalezienia sumy S_n wyrazów postępu arytmetycznego $a_n = n - 1$, jaki występuje we wzorze (1).

Na podstawie znanego wzoru

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

otrzymamy

$$S_n = \frac{0 + (n-1)}{2} \cdot n = \frac{(n-1) \cdot n}{2}, \tag{2}$$

co w połączeniu z (1) daje

$$L = \frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot P \cdot h. \tag{3}$$

Zadanie można rozwiązać nieco inaczej, posługując się pojęciem energii potencjalnej. Wystarczy obliczyć różnicę ΔE energii potencjalnej stosu płyt i tych samych płyt leżących koło siebie (pamiętając, że środek masy jednorodnej płyty leży na wysokości $\frac{h}{2}$).

Energia potencjalna n płyt leżących na ziemi obok siebie wynosi

$$E_{\mathrm{pI}} = \frac{P \cdot h}{2} \cdot n, \tag{4}$$

natomiast energie potencjalne kolejnych płyt ułożonych w stos:

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{p}_1} &= P \cdot h \cdot \frac{1}{2}, \\ E_{\mathrm{p}_2} &= P \cdot h \cdot \frac{3}{2}, \\ E_{\mathrm{p}_3} &= P \cdot h \cdot \frac{5}{2}, \\ &\text{itd.} \end{aligned}$$

Łatwo zauważyć, że

$$E_{\mathrm{p}_n} = P \cdot h \cdot \frac{2n-1}{2}. \tag{5}$$

Wobec tego energia potencjalna całego stosu wynosi

$$E_{\mathrm{pII}} = \frac{P \cdot h}{2} \cdot [1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1)]\,. \tag{6}$$

Podobnie jak poprzednio obliczamy sumę S_n wyrazów postępu arytmetycznego w nawiasie kwadratowym

$$S_n = \frac{1 + (2n-1)}{2} \cdot n = n^2.$$

Stąd

$$E_{\mathrm{pII}} = \frac{P \cdot h}{2} \cdot n^2. \tag{6'}$$

Odejmując (4) od (6') otrzymamy przyrost energii potencjalnej

$$\Delta E = E_{\mathrm{pII}} - E_{\mathrm{pI}} = \frac{P \cdot h}{2} \cdot (n^2 - n) = \frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot P \cdot h. \tag{7}$$

Wynik ten jest zgodny z wyrażeniem (3). Nic w tym dziwnego – zgodnie z zasadą zachowania energii mechanicznej szukana praca, wykonana przy układaniu stosu płyt, jest równa przyrostowi energii potencjalnej ΔE.